

# **РОБОТОТЕХНИКА**

**Инженерно-технические кадры инновационной России**



## **МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ**

**для участников**

**олимпиады школьников «Робофест» по физике  
(№ 53 в Перечне олимпиад школьников в РФ,  
уровень II)**

**МОСКВА, 2021**

# ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «РОБОФЕСТ» ПО ФИЗИКЕ – ПУТЬ К ЛУЧШЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ В ОБЛАСТИ ФИЗИКИ, МАТЕМАТИКИ, ТЕХНИКИ.

## ВВЕДЕНИЕ: ПОЧЕМУ ИМЕННО ФИЗИКА?

Робототехника сейчас развивается все быстрее и быстрее, проникая во все сферы человеческой жизни. Промышленность и медицина, авиация и космонавтика, транспорт и добыча ископаемых, наука и повседневная жизнь – ничто не остается в стороне от этого процесса. Но и сама робототехника впитывает в себя достижения разных областей, и роботы становятся более сложными. Поэтому, чтобы работать в этой области на высоком уровне, нужны не только практические навыки, позволяющие работать с теми технологиями, которые уже есть. Чтобы участвовать в создании новых технологий, нужны знания. Какие именно знания? Человек общается с роботом на языке программ и алгоритмов, поэтому необходимо знать программирование. Построение алгоритмов подчиняется жесткой математической логике, а прогнозирование результатов своих действий робот может осуществить только на базе анализа математической модели процесса, в котором он участвует. Поэтому необходимы знания математики. И тем не менее большинство специалистов в убеждены: в первую очередь для того, чтобы стать высококлассным профессионалом в области робототехники, необходимо серьезное знание физики.

Почему именно физику мы выделяем особо? Это во многом связано с ее особой ролью в системе естественных наук. Каждая из наук изучает определенный круг явлений природы, и только физика ставит своей задачей изучение всей природы. Именно физика исследует природу целиком, во всем ее многообразии. Законы поведения элементарных частиц, из которых состоит материя и законы развития Вселенной, невероятные по масштабам космические катастрофы, в которых погибают звезды, и перемещения атомов между молекулами в химической реакции, распространение электрохимических импульсов по нервным волокнам в организме человека и электрический ток в электротехнических цепях, перемещение устройств размером меньше одного микрона (то есть меньше одной миллионной доли метра) и полеты космических зондов к другим планетам – это лишь несколько примеров процессов, изучаемых физикой с единых позиций. Более того, методы физики широко используются не только для описания природных процессов. На физическом факультете МГУ есть группы исследователей, которые изучают методы управления или моделирование процессов в реальной экономике. Таким образом, физика вырабатывает универсальную методологию изучения самых разных процессов и явлений, и поэтому использование ее опыта и методов позволяет любое исследование в любой области провести на самом высоком уровне.

Кроме того, именно физика чаще всего формирует новые возможности для новых технологий. Например, в первой половине XX века физика добилась большого прогресса в изучении микрочастиц материи – атомов, ядер и электронов. Физики открыли, что в микромире не действуют привычные нам законы «большого» мира. Более того – не действуют даже казавшиеся до того незыблемыми принципы связи причин и следствий, и поэтому мы не можем предсказать «судьбу» отдельного электрона. Электроны могут находиться в «неопределенном» месте, умеют «исчезать» в одном месте и «появляться» в другом, умеют вести себя подобно волнам и в то же время иногда оказываются похоже на практически точечные объекты. Но физика не ограничилась тем, что детально изучила эти «странности». Именно понимание поведения электронов в веществе стало основой для появления новой технологии – возникла твердотельная электроника, без которой не было бы ни современных компьютеров, ни других многочисленных электронных устройств, прочно вошедших в нашу жизнь. Ясно, что и робототехника в ее нынешнем виде тоже была бы попросту невозможна. И сейчас дальнейшее развитие физики микромира и связанных с ней технологий (микротехнологий, нанотехнологий) лежит в основе прогресса электроники. Приведем лишь несколько примеров.

Необычные квантовые свойства микрочастиц материи наиболее ярко проявляются при очень низких температурах (близких к температуре, которую физики называют «абсолютным

нулем»  $T_0 \approx -273^\circ\text{C}$ ). Поэтому именно при таких температурах были впервые замечены квантовые свойства некоторых веществ – *сверхпроводимость* и *сверхтекучесть*. Первое – это полное исчезновение электрического сопротивления проводника. Само по себе это сулит много интересных технологических новинок, некоторые из которых уже используются. Например, сверхпроводящие линии передачи электроэнергии, в которых нет тепловых потерь. И мощные компактные электродвигатели со сверхпроводящими обмотками, и сверхпроводящие катушки – накопители энергии, и сверхпроводящие магнитные подвесы (сверхпроводники «выталкивают» из себя магнитное поле, и за счет этого умеют «зависать» над полюсами магнитов), и многое другое. Все это может быть использовано и в робототехнике. Особенно если учесть, что физикам удастся создавать сверхпроводники, работающие при все более высоких температурах. Каждый шаг «вверх» по температуре сверхпроводимости все более расширяет возможности ее технологического применения. Но есть и еще одно возможное применение. Состояние носителей заряда в сверхпроводниках могут быть использованы для практической реализации *кубитов* (квантовых битов) – технологических элементов квантовых компьютеров. Кубит, являясь «ячейкой» хранения информации, имеет размеры, характерные для микромира, и при этом имеет значительную большую информационную емкость, чем традиционные ячейки памяти. К тому же законы взаимодействия и взаимосвязей кубитов сильно отличаются от «классических», и это создает возможность для невероятного увеличения быстродействия квантовых компьютеров по сравнению с существующими сейчас. Конечно, существующие квантовые компьютеры еще не очень производительны, и требуют создания для себя специальных условий (например, погружения в жидкий гелий для поддержания очень низкой температуры), но прогресс науки в этой области значителен, и можно ожидать появления новых возможностей для робототехники, связанных с развитием квантовых технологий, уже в недалеком будущем. Ясно, что работа по реализации подобных проектов потребует от участников понимания принципов физики микромира, которая является одним из самых сложных разделов современной физики. Второе явление – *сверхтекучесть* – означает полное исчезновение вязкого трения в жидкости. Это дает возможность, например, создавать для механизмов узлы без трения (которые к тому же не будут «греться»).

Важным элементом робототехнических систем являются устройства передачи и обработки информации. И здесь физика сильно влияет на появление новых технологий. XXI век многие специалисты называют «веком света» – настолько часто сейчас возникают примеры эффективного использования *оптических технологий*. Оптические каналы позволяют передавать информацию значительно быстрее, значительно надежнее и с меньшим количеством ошибок. Состояния *фотонов* (квантов света) также могут быть использованы для реализации кубитов. Квантовые технологии уже сегодня используются для создания каналов передачи информации, абсолютно защищенных от внешнего копирования. Более того, оптические устройства научились использовать и для механического управления. В качестве примера можно привести оптический (лазерный) пинцет, позволяющий манипулировать микроскопическими объектами с помощью лазерного луча. С его помощью удается перемещать отдельные части живой клетки, сортировать клетки или микрочастицы в технологических структурах.

Именно на базе физики и новых физических принципов сейчас бурно развивается *микромехатроника* – наука о внешнем управлении (в том числе и компьютерном управлении) механическими устройствами микронных размеров. Иногда здесь задача ставится шире – тогда речь идет о компьютерном управлении самыми разнообразными физическими процессами. Ясно, что для решения этой задачи необходим очень хороший уровень понимания закономерностей протекания этих процессов. Насколько реально создание «микророботов» – роботов с размерами в миллионные доли метра, которые будут выполнять различные задания в медицине, научных исследованиях или в технологических процессах? Для ближайшего будущего это уже не кажется неосуществимой задачей.

Та же медицина сама по себе уже сейчас является полем интенсивного внедрения роботов и новых физических технологий. Медицинская физика является одним из самых быстроразвивающихся направлений современной физики. Медицинские роботы,

использующие лазерные и акустические инструменты, уже появляются в клиниках. Ясно, что поле их применения и их возможности будут непрерывно расширяться, и что прогресс в этой области невозможен без физики.

Проникновение в микромир открыло физикам и путь к изучению и использованию объектов нанометровых размеров (нанометр – это одна миллиардная доля метра). Так появились *нанотехнологии*. Как оказалось, они могут найти свое применение во всех областях деятельности человека – от новых покрытий для тканей или для элементов машин до создания новых электронных устройств и воздействия на биологические системы.

И все это – далеко не полный перечень примеров проникновения физики в инженерию и современные технологии! Но есть еще один важный момент, о котором нельзя не упомянуть. Сегодня мир вокруг нас меняется очень быстро. Технологии меняют нашу жизнь – иногда быстрее, чем мы успеваем к этому подготовиться, они становятся сложнее и мощнее. Ключевая роль в этом прогрессе принадлежит физике. Поэтому без физических знаний человек не может стать активным участником прогресса. Но сейчас можно увидеть, как сокращается процент людей, понимающих, что на самом деле происходит в том или ином технологическом процессе или даже в тех процессах, которые мы используем в быту. Это неправильно. Это приносит в наш мир нестабильность. В обществе без знаний самые замечательные технологии могут стать опасными. Поэтому хороший уровень знания физики важен не только для специалиста – ученого или инженера. Он важен для всякого современного человека. Он важен для будущего.

Конечно, физические задачи, возникающие перед участниками робототехнических соревнований, еще пока далеки от задач современной физики. Но все начинается с первых шагов. Важно уже сейчас учиться видеть за каждым действием робота его физическое содержание. Видеть, как связаны законы физики и реальные процессы в живой природе, технике, во всем окружающем нас мире. Такой взгляд на мир – самый продуктивный. И к тому же само решение конструкторских задач перейдет на более высокий уровень, если будет базироваться на хорошем знании законов природы. Итак, именно физика.

## ФЕСТИВАЛЬ И ОЛИМПИАДА

Девиз Фестиваля «РобоФест» - «Здесь собирают будущее». Безусловно, он отвечает содержанию – без робототехники невозможно представить себе и ближайшее, и отдаленное будущее человечества, а участники Фестиваля приобретают на нем навыки и умения, которые им пригодятся в их собственном будущем. Но с появлением олимпиады «Робофест» этот девиз приобрел еще один смысл. С помощью олимпиады участники Фестиваля могут открыть себе дорогу в лучшие ВУЗы России, создав свою собственную образовательную траекторию, ведущую к будущему превращению высококлассного специалиста. Как же реализовать эту возможность? Давайте разберемся.

**Олимпиада школьников «Робофест» по физике** является составной частью Фестиваля, и при этом она – самостоятельное соревнование с официальным статусом: уже второй год она входит в Перечень олимпиад школьников в Российской Федерации, и практически все ВУЗы России, специализирующиеся в области физики и техники, предоставляют ее победителям и призерам льготы при поступлении. Например, физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова зачисляет победителей олимпиады «Робофест» без вступительных испытаний (это означает, что победителю олимпиады достаточно подать документы в приемную комиссию, сдать в личное дело оригинал аттестата и подписать согласие на зачисление). Призеры олимпиады освобождаются от участия в самом сложном из наших экзаменов – в летнем дополнительном вступительном испытании (письменном экзамене по физике), и им сразу проставляют высшую оценку 100 баллов. Но необходимо знать, что для того, чтобы воспользоваться этими льготами, необходимо еще пройти «фильтр Единого Государственного Экзамена», то есть сдать ЕГЭ по физике на оценку не ниже 75 баллов.

Отметим, что для участия в Фестивале «Робофест» не обязательно участвовать в олимпиаде «Робофест», но для участия в олимпиаде **обязательно** участвовать в Фестивале. Это обусловлено правилами проведения олимпиад школьников и структурой олимпиады. Все

олимпиады из Перечня обязаны проводить отборочные этапы, и допустить до участия в финальном этапе можно только победителей и призеров отборочного этапа текущего года, а также победителей и призеров финального этапа предыдущего года (если они еще учатся в школе). Отборочный этап олимпиады проводится на региональных отборочных площадках Фестиваля. Здесь есть два обстоятельства, на которые имеет смысл особо обратить внимание. Первое состоит в том, что только участники, успешно прошедшие региональные отборы, могут участвовать в финальном этапе. Фестиваль – это командное соревнование, и в случае, если кто-то из членов команды не может приехать на общероссийский Фестиваль, то в команде его может заменить другой участник. Но олимпиада – это личное соревнование, и новый член команды, участвуя в Фестивале, тем не менее не имеет права участвовать в финальном этапе олимпиады, так как он не является призером либо победителем отборочного этапа. Второе важное обстоятельство состоит в том, что участники, являющиеся победителями или призерами финала олимпиады прошлого года, в этом году имеют право на участие в финальном этапе независимо от результатов отборочного этапа этого года. Это, естественно, означает, что они должны быть приглашены и на общероссийскую площадку Фестиваля.

Каким образом испытания олимпиады были встроены в жизнь Фестиваля? На региональных отборах участникам региональных робототехнических соревнований предлагаются задания отборочного этапа олимпиады. Все они направлены на то, чтобы обратить внимание школьников на физическую составляющую тех заданий, которые их роботы выполняют в ходе соревнований, проверить знания участников, их физическую интуицию и способность воспринимать новое. Важно понимать, что задания по физике – не просто дополнение к робототехническим заданиям. Это и вызов для участников, и крайне необходимый ориентир для их дальнейшего развития. Совершенно не случайно, что именно олимпиада по физике наиболее органично встраивается в соревнования Фестиваля: как говорилось выше, без серьезных физических знаний невозможно стать высококлассным специалистом по робототехнике.

В 2020 и 2021 году на схему проведения Фестиваля и олимпиады в значительной мере повлияли карантинные ограничения, связанные с пандемией Covid-19. Значительную часть соревнований (а на финальных этапах – все) пришлось проводить в дистанционном режиме. В 2021/22 учебном году планируется возвращаться к очному режиму – в той мере, в которой это окажется возможным и там, где это будет допустимо в соответствии с действующими нормативными актами. Оргкомитет олимпиады ясно понимает, что именно при очном проведении финального этапа цели олимпиады достигаются в полной мере.

Связь физики и робототехнических заданий реализуется по-своему на каждом из этапов олимпиады. Более того – все этапы являются для участников не только соревнованием, но и обучением.

Например, во многих заданиях отборочного этапа ярко проявляется стремление методической комиссии олимпиады (то есть сотрудников физического факультета МГУ, составлявших эти задания) проверить способность участников работать с новой информацией и учиться непосредственно в ходе соревнований. Приведем пример: разберем одно из заданий отборочного этапа олимпиады «Робофест» по физике.

#### **ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП 2016/2017 уч.года, ЗАДАНИЕ 4:**

Робота можно снабдить датчиком, который может различать цвета. На самом деле световое излучение – это разновидность *электромагнитных волн*, причем разные цвета отличаются друг от друга *длиной волны* (это расстояние между двумя «гребнями» волны). В таблице приведена связь между длиной волны в нанометрах ( $1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м}$ ) и видимым цветом:

красный	оранжевый	желтый	зеленый	голубой	синий	фиолетовый
625–740 нм	590-625 нм	565-590 нм	500-565 нм	485-500 нм	440-485 нм	380-440

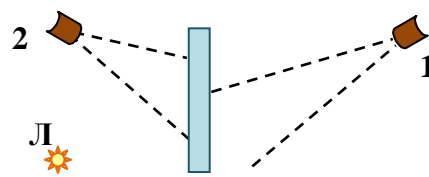
«Белый цвет» - это примерно равномерная смесь всех этих цветов. Например, радуга – оптическое явление, в котором солнечный цвет, преломляясь в каплях воды и отражаясь от них, разделяется на составляющие его цвета.

4.1. Если разделить поверхность диска радиусами на семь одинаковых секторов и раскрасить каждый сектор в один из цветов радуги, а затем привести диск в очень быстрое вращение (настолько, чтобы глаз совершенно не различал отдельных секторов), то что должен увидеть наблюдатель, смотрящий на диск «сверху» (при этом диск освещается тоже сверху)?

4.2. Допустим, что мы изготовили пластину из специального сорта стекла, обладающего следующими характеристиками: электромагнитное излучение с длинами волн от 300 до 420

нм это стекло почти полностью отражает, с длинами волн от 420 до 620 нм – почти полностью поглощает (поглощенная энергия идет на нагрев стекла, а потом уходит в окружающую среду в виде невидимого теплового излучения), с длинами волн

от 620 до 800 нм – почти полностью пропускает. По одну сторону от такой пластины размещена лампа Л (см. рисунок), светящая почти «белым» светом, а по другую – робот 1 с датчиком цвета (регистрирует всегда один из 7 цветов радуги – по тому, в каком из диапазонов длин волн поступает большая энергия). Пунктиром показаны границы области, в которой датчик «видит» объекты. Каким – по показаниям датчика – окажется цвет пластины?



4.3. Каким будет цвет пластины по показаниям датчика, установленного на роботе 2?

4.4. Тепловое излучение также называют «инфракрасным» – это тоже разновидность электромагнитных волн, но с длинами волн от 740 нм до 2000 мкм (1 мкм =  $10^{-6}$  м). Длина волны наиболее мощного излучения тела, нагретого до температуры  $T^*$ , определяется из

закона смещения Вина :  $\lambda_{\max} \approx \frac{2898 \text{ мкм} \cdot \text{К}}{T}$ . Датчик цвета, естественно, не может определить

цвет инфракрасного излучения, но в современной оптике используются преобразователи излучения, удваивающие частоту излучения (частота – величина, обратная периоду колебаний электромагнитного поля в волне; отметим, что длина волны в точности соответствует расстоянию, которое свет проходит за один период). Допустим, что на входе датчика цвета поставлено два таких преобразователя, и датчик определяет цвет двух нагретых тел как желтый и голубой. Чему примерно равны температуры этих тел?

\*Здесь используется абсолютная температура  $T$ , измеряемая по шкале Кельвина. В этой шкале за начало отсчета принят «абсолютный ноль» - температура, при которой прекращается тепловое движение молекул. Градус этой шкалы (1 К, то есть 1 Кельвин) в точности равен градусу шкалы Цельсия. Абсолютная температура  $T$  связана с температурой по шкале Цельсия  $t$  соотношением  $T \approx (273 + t^{\circ}\text{C}) \text{ К}$ .

#### Ответы и пояснения к этому заданию:

4.1. Он должен увидеть поверхность диска почти белой. При вращении диска от каждой точки за время реакции глаза приходят с примерно равной интенсивности излучения всех длин волн видимого света (всех цветов радуги), что соответствует белому цвету.

4.2. Красным. До датчика робота 1 доходит только свет лампы, прошедший через пластину, то есть с длинами волн от 620 до 800 нм, что в основном соответствует диапазону красного цвета (с небольшой примесью оранжевого).

4.3. Фиолетовым. До датчика робота 2 доходит только свет лампы, отраженный от пластины, то есть с длинами волн от 300 до 420 нм, то есть из видимого света – только излучение фиолетового цвета.

4.4. Примерно 1250 К (980°C) и 1470 К (1200°C). Так как использованы два преобразователя, то частота увеличивается в 4 раза, а период колебаний уменьшается в 4 раза. Следовательно, длина волны уменьшается в 4 раза. Значит, предмет, который датчик цвета «видит» желтым (он принимает излучение в основном с длиной волны, примерно соответствующей центру «желтого» диапазона, то есть 577,5 нм), испускал тепловое излучение с  $\lambda_{\max} \approx 2310$  нм. Его температура  $T_1 \approx \frac{2898 \text{ мкм} \cdot \text{К}}{2310 \text{ нм}} \approx 1255 \text{ К}$ . Аналогично для

второго предмета, который датчик цвета «видит» голубым:  $\lambda_{\max} \approx 4 \cdot 492,5 \text{ нм} = 1970$  нм, и

$T_2 \approx \frac{2898 \text{ мкм} \cdot \text{К}}{1970 \text{ нм}} \approx 1471 \text{ К}$ . На самом деле разброс возможных значений длин волн в

указанных диапазонах порядка  $\frac{12,5}{577,5} \approx 0,02$  и  $\frac{7,5}{492,5} \approx 0,02$ , то есть около 2%. Значит, и температуры определены примерно с такой же точностью, то есть «плюс-минус» 25 К, поэтому разумное округление ответа – с точностью до десятков Кельвин.

Принципиальная позиция физического факультета состоит в том, что каждая из наших олимпиад – не просто соревнование школьников, но и образовательное мероприятие. Важная часть этой образовательной составляющей – это связь заданий отборочного этапа с будущими заданиями финального этапа. Действительно, задания отборочного этапа уже приучают участников к определенному стилю задач и необходимому для олимпиады из Перечня уровню требований. Ведь именно задания такого уровня ожидают участников на финальном этапе. Конечно, участники из многих команд, вкладывающие немало сил и времени в создание роботов для соревнований, не всегда успевают еще и натренироваться в достаточной степени в решении олимпиадных задач. Тем не менее нужно понимать, что без серьезной подготовки по физике, математике, программированию, нельзя успешно работать в области современной робототехники. И поэтому наша олимпиада стремится вывести участников на хороший уровень знаний по физике. Она становится частью процесса обучения, которая осуществляется не обычными, то есть «нешкольными» методами. Поэтому участникам не следует настраиваться на неудачу только из-за того, что их недостаточно подготовили к решению подобных задач в школе. Нужно настраиваться на серьезную **учебу**. Как мы видели, уже на отборочном этапе участникам сообщают много новой информации, и сразу же дают «закрепляющие упражнения» на ее использование. Но учеба на этом не заканчивается, так как **между** отборочным и финальным этапами для участников олимпиады организуют бесплатные курсы дополнительной подготовки в системе дистанционного образования МГУ имени М. В. Ломоносова «Университет без границ» при поддержке программы «Робототехника: инженерно-технические кадры инновационной России». На этих курсах участники получают возможность улучшить свои знания по физике, привыкнуть к уровню требований МГУ, и таким образом улучшить свои будущие результаты на финальном этапе. Очень важно постараться получить в ходе подготовки к финальному этапу как можно больше знаний и навыков, и именно курсы МГУ – наилучший способ сделать это. Курсы завершаются выполнением тренировочного задания, ориентированного на использование и закрепление полученных знаний и навыков, причем в первую очередь – тех, которые понадобятся при выполнении финального задания. Опыт уже проведенных олимпиад показывает, что наиболее успешно на финальном этапе выступили именно те участники, которые проявили наибольшую активность во время подготовки. В этом сезоне организаторы олимпиады совместно с программой «Робототехника» планируют увеличить объем работы по подготовке участников к финалу. Таким образом, возможности для обучения в ходе олимпиады еще расширяются, и очень важно, чтобы участники олимпиады использовали эти возможности. И для физического факультета важно, чтобы отбор победителей и призеров олимпиады «Робофест» был именно отбором тех, кто наиболее мотивирован и способен к обучению.

Начиная от заданий отборочного тура, внимание участников направляется на ряд физических задач, тесно связанных с выполняемыми заданиями. Затем, на курсах подготовки к финалу, соответствующие разделы физики еще раз подробно обсуждаются. Продемонстрируем на примере материалов олимпиады 2016/2017 учебного года, как выстраиваются линии обучения в ходе олимпиады.

***Тема: Сила трения и ее влияние на движение робота.***

Одно из заданий робототехнических соревнований этого года требовало от собранного участником робота преодоления препятствия – горки с наклонным подъемом и наклонным спуском. Одновременно в ходе отборочного этапа олимпиады использовалось следующее упражнение:

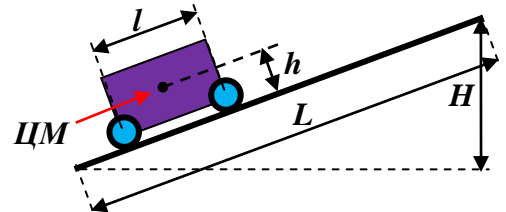
**ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП 2016/2017 уч.года, ЗАДАНИЕ 3:**

Роботу, у которого обе пары колес являются ведущими, одинаковы по размерам и снабжены одинаковыми шинами, предстоит въехать по наклонной плоскости длиной  $L=1$  м на высоту  $H=0,6$  м.

3.1. При какой минимальной величине коэффициента трения между шинами и поверхностью плоскости это возможно?

3.2. Если заблокировать колеса и смазать плоскость маслом (чтобы трение стало пренебрежимо мало), то для плавного медленного подъема по плоскости к роботу необходимо прикладывать силу  $F=15$  Н (можно считать, что эта сила соответствует весу груза массой 1,5 кг). Найти массу робота (в килограммах).

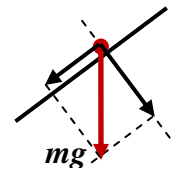
3.3. Расстояние между осями передних и задних колес робота  $l=9$  см. Пусть центр масс (ЦМ) робота находится на одинаковом расстоянии от этих осей. На какой высоте  $h$  (отсчитываемой от поверхности, на которой робот стоит всеми колесами – см. рисунок) должен находиться центр масс, чтобы робот мог въехать на наклонную плоскость? Коэффициент трения шин о плоскость  $\mu=0,8$  больше найденного в пункте 3.1.



3.4. Пусть двигатель робота развивает постоянную мощность  $P$ , и он начинает подниматься по наклонной плоскости с почти нулевой начальной скоростью. Сначала он движется с постоянным ускорением, но после достижения некоторой «критической» скорости его ускорение начинает уменьшаться. Объясните это поведение ускорения. Для мощности, равной 8 Вт, массы робота из пункта 3.2 и коэффициента трения из пункта 3.3 найдите величину «критической» скорости. Считать, что мощность автоматически распределяется между парами ведущих колес таким образом, что они начинают и прекращают проскальзывать всегда одновременно.

**Ответы и пояснения к этому заданию:**

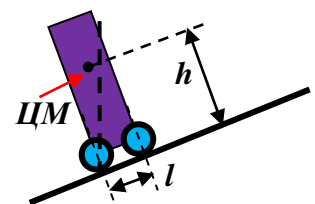
3.1. При  $\mu=0,75$ . При  $L=1$  м и  $H=0,6$  м проекция длины плоскости на горизонталь равна  $D=0,8$  м (достаточно вспомнить о «египетском треугольнике»). Перпендикулярная поверхности составляющая силы тяжести, как видно из построения, равна  $\frac{4}{5}mg$ , и она уравнивается силой реакции поверхности  $N$  (то есть именно она прижимает робота к поверхности).



Составляющая силы тяжести вдоль поверхности равна  $\frac{3}{5}mg$ , и сила отталкивания колес робота от поверхности должна быть не меньше этой силы. С другой стороны, сила отталкивания не может быть больше максимальной силы трения покоя, примерно равной силе трения скольжения  $F_{тр} = \mu N$ . Значит, для того, чтобы робот мог заехать на наклонную поверхность, должно выполняться неравенство  $\frac{3}{5}mg \leq \mu \frac{4}{5}mg \Rightarrow \mu \geq \frac{3}{4}$ .

3.2. **2,5 кг.** Как ясно из предыдущего рассуждения. В отсутствие трения минимальная сила, необходимая для «затаскивания» робота вверх, равна  $\frac{3}{5}mg$ , поэтому  $\frac{3}{5}m = 1,5$  кг. Отсюда находим, что масса робота  $m = 2,5$  кг.

3.3. **Не более 6 см.** Если центр масс робота будет находиться «левее» точки опоры заднего колеса (см. рисунок), то робот не сможет подниматься по плоскости, так как опрокинется «назад». Чтобы этого не происходило, должно выполняться неравенство  $\frac{h}{l/2} \leq \frac{D}{H}$  (нужно рассмотреть «критический» случай, когда ЦМ находится точно над точкой опоры, и воспользоваться подобием получившихся треугольников). Следовательно,  $h \leq \frac{D}{2H}l = 6$  см.





**3.4. Критическая скорость 0,5 м/с.** Когда робот только начинает двигаться, его колеса обязательно проскальзывают (они уже крутятся под действием двигателя, а скорость движения робота еще почти нулевая). Поэтому сила отталкивания его от поверхности равна силе трения скольжения  $F_{mp} = \mu N$ , которая не зависит от скорости. Поэтому и ускорение робота от скорости не зависит (ускорение создается результирующей силой, которая направлена вдоль плоскости и равна разности силы отталкивания и  $\frac{3}{5}mg$ ). При этом часть мощности  $P$  расходуется на выделение тепла при проскальзывании. Но, когда возрастающая скорость достигает величины, при которой  $P = \mu N \cdot v$ , то вся мощность идет на разгон робота, и поэтому далее проскальзывание прекращается и сила отталкивания определяется из соотношения  $P = F \cdot v \Rightarrow F = \frac{P}{v}$  (то есть убывает с ростом скорости). Поэтому и ускорение начинает убывать. Как видно, критическая скорость равна  $v_c = \frac{P}{\mu N} = \frac{5}{4} \frac{P}{\mu mg}$ . Если подставить наши значения (как видно из условия, следует считать  $g \approx 10 \text{ м/с}^2$ ), то  $v_c \approx 0,5 \text{ м/с}$ .

Как видно, в ходе выполнения этого упражнения участники должны были достаточно подробно познакомиться со свойствами силы трения. В **тренировочном задании** для 10 и 11 классов эта тема получает дальнейшее развитие: в него входила задача, представленная ниже.

### Задание 1.

**1.1.** На гладкой горизонтальной поверхности лежит доска, на которой покоится небольшой брусок. Коэффициент трения между линейкой и бруском равен  $\mu = 0,2$ . Доску двигают поступательно с ускорением  $3 \text{ м/с}^2$ . С каким ускорением движется относительно поверхности брусок (его движение также поступательно, и он находится на линейке)? Ускорение свободного падения  $g \approx 10 \text{ м/с}^2$ . Ответ запишите в  $\text{м/с}^2$ .

Подсказка 1: ускорение бруску сообщает сила трения.

Подсказка 2: максимальная величина ускорения бруска, при которой он уже проскальзывает по доске,  $a_{\text{max}} = \mu g \approx 2 \text{ м/с}^2$ .

Решение:

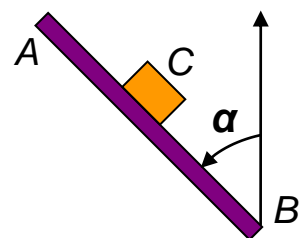
Ускорение бруску сообщает сила трения, которая не может превышать  $F_{\text{max}} = \mu mg$ . Следовательно, максимальная величина ускорения бруска, при которой он уже проскальзывает по доске,  $a_{\text{max}} = \mu g \approx 2 \text{ м/с}^2$ . Значит, при заданном ускорении доски брусок не может двигаться вместе с доской, и он проскальзывает по доске. Его ускорение как раз и равно максимальному.

ОТВЕТ: 2.

**1.2.** На горизонтальном столе лежат длинная линейка  $AB$  и прямоугольный ластик  $C$ .

Ластик касается линейки одной из своих боковых граней (см. рисунок). Линейку переместили на расстояние  $S = 20 \text{ см}$ , двигая ее равномерно и поступательно, так что ластик двигался перед линейкой, не отрываясь от нее. Угол между линейкой и направлением ее перемещения составляет  $\alpha = 45^\circ$ . Найдите величину перемещения ластика относительно стола за то же время. Коэффициент трения ластика о линейку равен

$\mu = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ . Ответ запишите в сантиметрах.



Подсказка 1: поскольку  $\mu = \frac{1}{2\sqrt{2}} < 1 = \tan \alpha$ , то ластик не может перемещаться без проскальзывания по линейке.

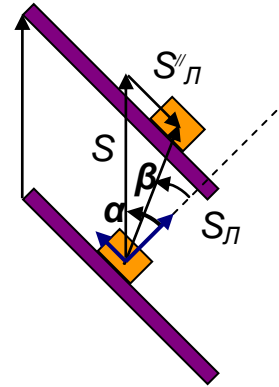
Подсказка 2: сила трения будет иметь величину  $|\vec{F}_{mp}| = \mu N$ , и результирующая сила реакции линейки  $\vec{F} = \vec{N} + \vec{F}_{mp}$  будет составлять с нормалью к линейке угол  $\beta = \arctg(\mu)$ .

Подсказка 3: для треугольника, образованного вектором перемещения линейки, вектором перемещения ластика относительно стола и вектором смещения ластика относительно линейки, можно использовать теорему синусов.

Решение:

Поскольку  $\mu = \frac{1}{2\sqrt{2}} < 1 = \operatorname{tg}\alpha$ , то ластик не может перемещаться без проскальзывания по

линейке (результатирующая сила реакции линейки  $\vec{F} = \vec{N} + \vec{F}_{mp}$  должна быть направлена по перемещению, то есть – в отсутствие проскальзывания – под углом  $\alpha$  к нормали к линейке). Значит, сила трения будет иметь величину  $|\vec{F}_{mp}| = \mu N$ , и  $\vec{F}$  будет составлять с нормалью угол  $\beta = \arctg(\mu)$ . Значит, ластик будет перемещаться в направлении, составляющем угол  $\alpha - \beta$  с направлением перемещения линейки. Таким образом, в треугольнике, образованном вектором перемещения линейки  $\vec{S}$ , вектором перемещения ластика относительно стола  $\vec{S}_л$  и



вектором смещения ластика относительно линейки  $\vec{S}'_л$ , угол напротив стороны  $S_л$  равен  $\frac{\pi}{2} - \alpha$ , а напротив  $S$ :  $\pi - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - (\alpha - \beta) = \frac{\pi}{2} + \beta$ , и по теореме синусов

$$S_л = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)} S = \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\beta)} S = S \cos(\alpha) \sqrt{1 + \mu^2} = 15 \text{ см.}$$

ОТВЕТ: 15.

Как видно, в ходе выполнения задания (напоминаем, что оно решалось участником в режиме on-line) можно было воспользоваться несколькими «подсказками», после каждой из которых участнику давалась еще одна попытка, и только в самом конце (после получения правильного ответа или после использования всех подсказок и попыток) участник получал возможность узнать авторское решение.

Наконец, изучение темы «сила трения» завершалась в финальном задании олимпиады. Приведем пример задачи 1 одного из билетов:

### ФИНАЛЬНЫЙ ЭТАП 2016/2017 уч.года, БИЛЕТ № 01 (10-11 классы)

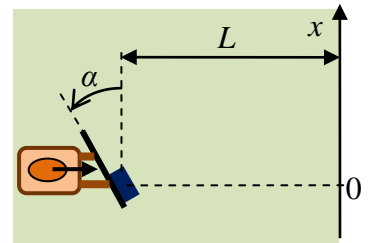
#### Задание 1:

**Вопрос:** На горизонтальной поверхности лежит доска, на которой покоится небольшой брусок массы  $m = 250 \text{ г}$ . Коэффициент трения между доской и бруском равен  $\mu = 0,4$ . Доску быстро сместили вдоль нее самой по поверхности на расстояние  $S = 1 \text{ м}$ . При этом брусок сдвинулся относительно поверхности на расстояние  $s = 50 \text{ см}$ . Какое количество тепла выделилось из-за трения между бруском и доской? Ускорение свободного падения  $g \approx 10 \text{ м/с}^2$ .

**Ответ:** Количество тепла равно модулю работы силы трения скольжения, которая равна  $\mu mg$ , а относительное смещение бруска и доски равно  $S - s$ . Итак,  $Q = \mu mg(S - s) = 0,5 \text{ Дж}$ .

**Задача:** Модель бульдозера должна вытеснить за пределы поля небольшую коробку. Скорость

модели направлена перпендикулярно краю поля, а ковш повернут на угол  $\alpha = 30^\circ$  относительно этого края (см. рисунок). Начальное расстояние от коробки до края поля  $L = 10$  м, коэффициент трения между ковшем и коробкой  $\mu = 0,5$ . Найдите координату  $x$  точки, в которой коробка пройдет край. Во сколько раз отличаются количества теплоты, выделившиеся из-за трения между ковшем и коробкой и между коробкой и полом? Коэффициент трения коробки о пол  $\mu' = 0,1$ .



Коробка движется поступательно и не отрывается от ковша. Скорость модели постоянна.

**Решение:** Коробка двигалась бы перпендикулярно краю поля, если бы не скользила по ковшу.

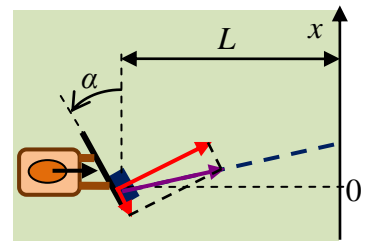
Но в этом случае также была бы направлена и равнодействующая сил трения о ковш и силы нормальной реакции ковша. Но тогда между этими силами выполнялось бы соотношение  $F_{mp} = N \operatorname{tg}(\alpha) = \frac{N}{\sqrt{3}}$ , что

невозможно, ибо  $F_{mp} \leq \mu N = 0,5N$ . Значит, коробка скользит по ковшу.

Поэтому результирующая сила  $\vec{F} = \vec{N} + \vec{F}_{mp}$  направлена под углом

$\beta = \operatorname{arctg}(\mu)$  к силе  $\vec{N}$ , то есть под углом  $\alpha - \operatorname{arctg}(\mu)$  к перпендикуляру к краю поля. Значит,

$x = L \cdot \operatorname{tg}[\alpha - \operatorname{arctg}(\mu)] = L \frac{\operatorname{tg}(\alpha) - \mu}{1 + \mu \operatorname{tg}(\alpha)} \approx 0,6$  м. Так как скорость модели постоянна, то и скорость



коробки почти на всем пути постоянна, и поэтому сила  $\vec{F}$  равна по величине силе трения коробки о пол  $\vec{F}'_{mp}$ . Тогда  $F_{mp} = \sin[\operatorname{arctg}(\mu)] F = \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}} F'_{mp}$ , и соотношение количеств

теплоты, выделившиеся из-за трения между ковшем и коробкой и между коробкой и полом  $\frac{Q}{Q'} = \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}} \frac{s}{S}$ , где  $s$  – величина проскальзывания коробки по ковшу, а  $S$  – путь коробки по

полу. Из геометрии находим, что  $s = \frac{x}{\cos(\alpha)} = L \frac{\operatorname{tg}(\alpha) - \mu}{\cos(\alpha) + \mu \sin(\alpha)}$ , а

$S = \frac{L}{\cos[\alpha - \operatorname{arctg}(\mu)]} = L \frac{\sqrt{1 + \mu^2}}{\cos(\alpha) + \mu \sin(\alpha)}$ . Итак,  $\frac{Q}{Q'} = \frac{\mu(\operatorname{tg}(\alpha) - \mu)}{1 + \mu^2} \approx 0,03$ .

**Ответ:**  $x = L \frac{\operatorname{tg}(\alpha) - \mu}{1 + \mu \operatorname{tg}(\alpha)} \approx 0,6$  м,  $\frac{Q}{Q'} = \frac{\mu(\operatorname{tg}(\alpha) - \mu)}{1 + \mu^2} \approx 0,03$ .

Как видно, на всех этапах проведения олимпиады ее задания имели похожую структуру, то есть состояли из «наводящих» вопросов и расчетных задач. В приведенном примере выделено именно то задание тренировочного варианта, которое было наиболее близким к будущему заданию теоретического тура заключительного этапа. Ясно, что выполнение подобных тренировочных заданий – лучший способ для подготовки к самому финальному испытанию. Но для того, чтобы эта подготовка была действительно эффективной, нужно усвоить все «уроки», предложенные на протяжении всей олимпиады. Проследим еще одну подобную «цепочку»:

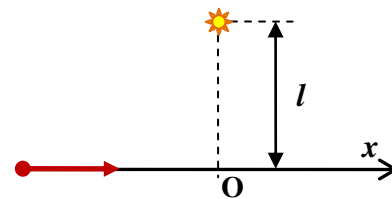
## ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП 2016/2017 уч.года, ЗАДАНИЕ 2:

2. Робот оснащен датчиком освещенности, который измеряет световую энергию, попадающую в маленькое «входное окно» датчика. Источником света служит небольшая по размерам лампочка, испускающая свет одинаково во всех направлениях.

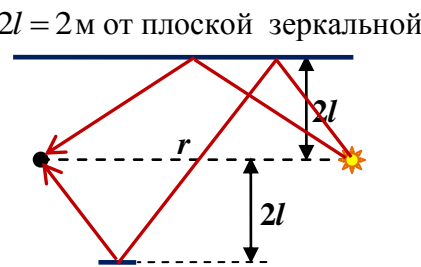
2.1. Пусть робот движется прямо на лампочку, и при этом датчик направлен на лампочку (то есть плоскость входного окна развернута перпендикулярно этому направлению). За пять секунд показания датчика увеличились в  $n = 6,76$  раза. Во сколько раз за это время уменьшилось расстояние между датчиком и лампочкой?

2.2. Робот останавливается на некотором расстоянии от лампочки и начинает вращаться на месте. При каком направлении датчика (по отношению к лампочке) показания датчика во время этого вращения максимальны? Во сколько раз уменьшится измеряемая датчиком освещенность, если он повернется на угол  $60^\circ$  от этого направления?

2.3. Пусть теперь робот движется по прямой, проходящей на расстоянии  $l = 1$  м от лампочки, и датчик освещенности всегда направлен «влево» по ходу движения (см. рисунок). При прохождении точки  $O$  (ближайшей к лампочке точки прямой) датчик показывает освещенность  $I_0$ . Какой формулой описывается зависимость показаний датчика от расстояния  $x$  (измеряемого в метрах) от робота до точки  $O$ ?



2.4. Робота и лампочку поместили на одинаковом расстоянии  $2l = 2$  м от плоской зеркальной стенки. Расстояние между роботом и лампочкой  $r = 3$  м. Входное окно датчика освещенности снабдили узкой длинной «направляющей трубой» с черными стенками. Робот вращается на месте. Когда труба направлена на лампочку, датчик показывает освещенность  $I_0$ . Во сколько раз отличаются от  $I_0$  показания датчика в момент, когда

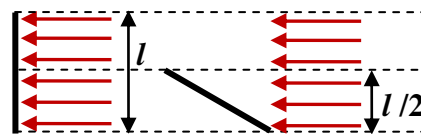


труба направлено на изображение лампочки в зеркале? Во сколько раз эти показания будут отличаться от  $I_0$ , если поместить на расстоянии  $4l = 4$  м от стенки небольшое плоское зеркало так, чтобы отраженные от стенки и этого зеркала лучи света от лампочки попадали на робота, и направить трубу на это зеркало? Считать, что обе зеркальные поверхности отражают  $\frac{8}{9}$  потока падающей на них световой энергии для всех углов падения.

**Ответы и пояснения к этому заданию:**

2.1. В  $\sqrt{n} = 2,6$  раза. По мере удаления от лампочки площадь поверхности сферы растет пропорционально квадрату радиуса. Поэтому мощность излучения лампочки, регистрируемая на расстоянии  $r$  от нее, убывает обратно пропорционально  $r^2$ .

2.2. Показания датчика максимальны, когда он направлен точно на лампочку. При повороте на угол  $60^\circ$  от этого направления показания уменьшаются в два раза. Ясно, что максимальное количество энергии в единицу времени попадает в датчик, когда плоскость входного окна развернута перпендикулярно направлению на лампочку.



Нетрудно заметить, что при повороте на угол  $60^\circ$  площадь участка фронта световой волны, лучи которого попадают в входное окно датчика, уменьшается именно в два раза (можно исходить из того, что катет, лежащий против угла в  $30^\circ$ , в два раза меньше гипотенузы, или из того, что высота в равностороннем треугольнике является медианой, или, наконец, из того, что  $\cos(60^\circ) = 0,5$ ).

2.3. Это формула  $I(x) = I_0 \cdot \frac{l^3}{(l^2 + x^2)^{3/2}}$ . Учитывая оба найденных эффекта (мощность

убывает обратно пропорционально  $r^2$ , и изменяется при повороте от направления на лампу пропорционально косинусу угла поворота, находим, что общий закон изменения

$$\text{интенсивности света } I(x) = I_0 \cdot \frac{l^2}{l^2 + x^2} \cdot \frac{l}{\sqrt{l^2 + x^2}} = I_0 \cdot \frac{l^3}{(l^2 + x^2)^{3/2}}.$$

2.4.  $I_1$  меньше  $I_0$  в  $\frac{25}{8} = 3,125$  раза, а  $I_2$  меньше  $I_0$  в  $\frac{657}{64} \approx 10,266$  раза. Теперь вместо расстояния от лампы нужно брать длину пройденного световыми лучами пути от лампы до датчика. Для лучей, испытавших одно отражение это  $r_1 = \sqrt{r^2 + (4l)^2} = 5$  м, а для испытавших

два – это  $r_2 = \sqrt{r^2 + (8l)^2} = \sqrt{73}$  м. Кроме того, нужно учесть уменьшение интенсивности из-за отражений. Поэтому  $I_1 = \frac{8}{9} \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 I_0 = \frac{8}{25} I_0$ , а  $I_2 = \left(\frac{8}{9}\right)^2 \left(\frac{r}{r_2}\right)^2 I_0 = \frac{64}{657} I_0$ .

Следует отметить, что *фотометрию* (так называют раздел физики, изучающий методы измерений потока световой энергии и законы, описывающие изменения этого потока) почти не изучают в школьном курсе физики, и поэтому многие из закономерностей, использованных в решениях и объяснениях этого задания, могут быть не известны участникам. Вместе с тем задания составлены именно так, чтобы, выполняя их шаг за шагом, участник мог сам «открыть» для себя эти закономерности. Это – то есть способность своими силами выстроить новое знание – одна из самых ценных способностей человека, и обладание этой способностью для участника означает возможность в будущем работать в области науки и высоких технологий, где она совершенно необходима. Видно, что задания отборочного этапа – это и «тест» на наличие уже развитой способности к «генерации нового», и целый ряд упражнений по ее развитию у всех участников. Изучению темы «фотометрия» было уделено достаточно много внимания и в ходе подготовки. Завершалось это изучение одним из заданий финального этапа:

### ФИНАЛЬНЫЙ ЭТАП 2016/2017 уч.года, БИЛЕТ № 05 (7-9 классы)

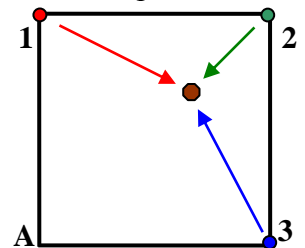
#### Задание 4:

**Вопрос:** Фотодатчик направлен на лампочку, и при расстоянии между ним и лампочкой в 50 см ток фотодатчика равен 72 мА. При каком расстоянии между фотодатчиком и лампочкой ток фотодатчика будет равен 8 мА? Лампочка светит одинаково во всех направлениях. Ток фотодатчика пропорционален мощности света, попадающего на фотодатчик. Влиянием среды (воздуха) на излучение лампы пренебречь.

**Ответ:** Площадь сферы пропорциональна квадрату радиуса. Энергия излучения лампочки равномерно распределяется по окружающей ее сфере, поэтому мощность света, попадающего на фотодатчик, обратно пропорциональна квадрату расстояния до нее до фотодатчика.

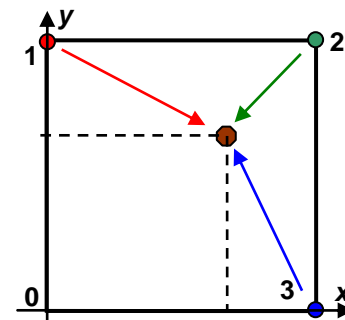
Следовательно,  $r' = \sqrt{\frac{72}{8}} \cdot 0,5 \text{ м} = 1,5 \text{ м}$ .

**Задача:** Робот находится на площадке в форме квадрата со стороной  $a = 10$  м. В трех вершинах квадрата расположены лампы разных цветов, а робот снабжен тремя фотодатчиками, настроенными на эти же цвета (см. рисунок). Датчики настроены так, что при нахождении робота на расстоянии  $a = 10$  м от любой из ламп ток соответствующего датчика равен  $I_0 = 8$  мА. По току трех датчиков в текущем положении программа робота определяет его положение на поле и направляет робота по кратчайшему пути в угол поля А со скоростью  $v = 0,8$  м/с. За какое время робот достигнет А из положения, в котором токи датчиков равны  $I_1 = 10$  мА,  $I_2 = 40$  мА и  $I_3 = 20$  мА?



**Решение:** Квадрат расстояния от каждой из ламп до робота обратно пропорционален току соответствующего датчика, то есть  $r_1^2 = a^2 \frac{I_0}{I_1}$ ,  $r_2^2 = a^2 \frac{I_0}{I_2}$  и  $r_3^2 = a^2 \frac{I_0}{I_3}$ . С другой стороны, эти квадраты расстояний можно с помощью теоремы Пифагора выразить через

декартовы координаты робота относительно угла А. Если ось  $x$  направить от угла А к третьей лампочке, а ось  $y$  – к первой, совместив начало координат с углом А, то квадрат расстояния от первой лампы до робота  $r_1^2 = x^2 + (a - y)^2 = x^2 + y^2 + a^2 - 2ay$ . Аналогично  $r_2^2 = (a - x)^2 + (a - y)^2 = x^2 + y^2 + 2a^2 - 2a(x + y)$  и также  $r_3^2 = (a - x)^2 + y^2 = x^2 + y^2 + a^2 - 2ax$ . Из этих уравнений выражаем:



$$\begin{cases} x = \frac{r_1^2 - r_2^2 + a^2}{2a} = \frac{a}{2} \left( 1 + \frac{I_0}{I_1} - \frac{I_0}{I_2} \right) = 8 \text{ м} \\ y = \frac{r_3^2 - r_2^2 + a^2}{2a} = \frac{a}{2} \left( 1 + \frac{I_0}{I_3} - \frac{I_0}{I_2} \right) = 6 \text{ м} . \end{cases}$$

Значит, робот находится от угла А на расстоянии  $s = \sqrt{x^2 + y^2} = 10 \text{ м}$ . Время достижения этого угла площадки  $t = \frac{s}{v} = 12,5 \text{ с}$ .

**Ответ:** за время  $t = 12,5 \text{ с}$ .

Внимательное изучение материалов заданий отчетливо демонстрирует, что они являются продолжением той «образовательной линии», которая берет свое начало от заданий отборочного этапа и проходила через задания, разбираемые на подготовительных занятиях.

Дистанционное выполнение заданий по физике **на отборочном этапе** потребовало существенно перестроить схему заданий. Однако методическая комиссия постаралась максимально сохранить образовательную направленность всей схемы проведения.

Предлагаем Вашему вниманию материалы заданий олимпиады «Робофест» по физике 2020/2021 учебного года.

Участники отборочного этапа участвовали в робототехнических соревнованиях и выполняли задания отборочного этапа по физике дистанционно. Участники были разбиты на четыре возрастные группы: 7 и 8 классы, 9 классы, 10 классы и 11 классы. В каждой группе использовались три варианта заданий, идентичных по уровню сложности. Участники получали задания с варьируемыми данными.

**Максимальная сумма баллов за робототехнические соревнования: 50 баллов.**

**Максимальная сумма баллов за выполнение заданий по физике: 50 баллов.**

## ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА 2020/2021 учебного года ПО ФИЗИКЕ:

### 11 классы

#### ПРИМЕР ВАРИАНТА: ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

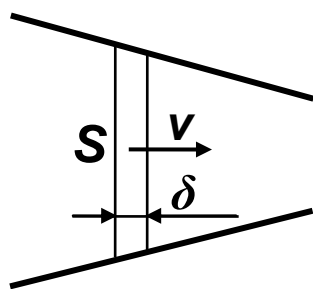
1. *Расходом воды*, проходящей через трубу, называют объем воды, проходящий через сечение трубы в единицу времени (эту величину можно измерять в литрах в секунду).
  - 1.1. По трубе диаметром  $d = 4 \text{ см}$  течет вода со скоростью  $v = 3,98 \text{ м/с}$ . Найдите расход воды, проходящей через эту трубу. Ответ дайте в л/с, с точностью до целого значения, без указания единиц измерения.
  - 1.2. На конце этой трубы, расположенной горизонтально, надета коническая насадка, диаметр выходного отверстия которой в 2 раза меньше диаметра трубы. Давление на выходе из насадки равно нормальному атмосферному. Пренебрегая силами вязкого трения, найдите, на сколько килопаскалей давление воды на входе в насадку должно быть больше атмосферного для поддержания этого расхода воды. Ответ дайте с точностью до

целого значения, без указания единиц измерения. Воду можно считать практически несжимаемой жидкостью с плотностью  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ .

**Возможное решение:** За интервал времени  $\Delta t$  через сечение потока  $S$  при скорости  $v$  проходит объем жидкости, равный  $S \cdot v \Delta t$ , поэтому расход жидкости  $q = S \cdot v = \frac{\pi d^2}{4} v \approx 5 \text{ л/с}$ .

МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	ОТВЕТЫ	СТОИМОСТЬ
5	5	100%

У несжимаемой жидкости расход в потоке не изменяется ( $q = const$ ), и при прохождении конической насадки скорость должна возрастать обратно пропорционально сечению. При этом увеличивается кинетическая энергия жидкости – за счет работы сил давления.



Рассмотрим движение «слоя» потока с очень малой толщиной  $\delta x$  и поперечным сечением  $S$  (ввиду малости толщины пренебрегаем его изменением). Масса этого слоя  $\delta m = \rho S \delta x$ , и увеличение его кинетической энергии при сдвиге в «соседнее» положение  $\Delta E_K = \Delta \left( \frac{\rho S \delta x v^2}{2} \right)$ . Сила, разгоняющая слой – это разность сил

давления по разные стороны от слоя (ясно, что для разгона жидкости давление должно убывать вдоль потока, и эта разность отрицательна), поэтому  $\Delta \left( \frac{\rho S \delta x v^2}{2} \right) = (-\Delta p) S \delta x \Rightarrow \Delta \left( \frac{\rho v^2}{2} + p \right) = 0$ . Итак, величина  $\frac{\rho v^2}{2} + p = const$  в

горизонтальном потоке невязкой несжимаемой жидкости (этот результат также можно получить из закона Бернулли). На выходе из насадки давление становится равно внешнему (атмосферному), поэтому давление на входе определяется из соотношения

$\frac{\rho v^2}{2} + p = \frac{\rho v'^2}{2} + p_0$ . При этом  $v' = \left( \frac{d}{d'} \right)^2 v = 4v$ . Значит, избыточное давление на входе

насадки  $\Delta p = p - p_0 = \frac{\rho v'^2}{2} - \frac{\rho v^2}{2} = \frac{15}{2} \rho v^2 \approx 118 \text{ кПа}$ .

МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	ОТВЕТЫ	СТОИМОСТЬ
10	118	100%
	119	90%
	117	80%

2. Вода подается по трубке сечением  $S = 5 \text{ см}^2$  с расходом  $q = 2,1 \text{ л/с}$ . Конец трубки находится на высоте  $h = 10 \text{ см}$  над горизонтальной поверхностью земли, а угол наклона вылета струи к горизонту  $\alpha$  выбран так, чтобы струя попадала в небольшой камешек, лежащий на земле на расстоянии  $l = 1,8 \text{ м}$  по горизонтали от конца трубки, проходя по самой высокой из возможных траекторий. Пренебрегая силой сопротивления воздуха и вязким трением в жидкости, найдите  $\alpha$ . Ускорение свободного падения при выполнении данного задания считать равным  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ . Ответ дайте в градусах, с точностью до целого значения, без указания единиц измерения.

**Возможное решение:** Начальная скорость движения «порций» воды в струе при выходе из конца трубки  $v_0 = \frac{q}{S} = 4,2 \text{ м/с}$ . Введем систему координат, в которой ось  $x$  направлена горизонтально, ось  $y$  – вертикально, а начало координат совмещено с концом трубки. Закон движения порции воды в этой системе координат позволяет найти уравнение ее траектории:

$$\left\{ \begin{array}{l} x(t) = v_0 \cos(\alpha)t \\ y(t) = v_0 \sin(\alpha)t - \frac{gt^2}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow y(x) = \text{tg}(\alpha) \cdot x - \frac{g x^2}{2v_0^2 \cos^2(\alpha)} = \text{tg}(\alpha)x - \frac{g x^2}{2v_0^2} [1 + \text{tg}^2(\alpha)].$$

Для точки падения  $-h = l \cdot \operatorname{tg}(\alpha) - \frac{gl^2}{2v_0^2} [1 + \operatorname{tg}^2(\alpha)]$ , и мы получаем уравнение для величины

$z = \operatorname{tg}(\alpha)$ :  $z^2 - 2 \frac{v_0^2}{gl} z + 1 - \frac{2hv_0^2}{gl^2} = 0$ . Возможны две траектории, но нам нужна более высокая.

Поэтому  $\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{v_0^2}{gl} + \sqrt{\frac{v_0^4}{g^2 l^2} + \frac{2hv_0^2}{gl^2} - 1} = \frac{4}{3}$ . Значит,  $\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{4}{3}\right) \approx 53^\circ$ .

МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	ОТВЕТЫ	СТОИМОСТЬ
<b>10</b>	<b>53</b>	<b>100%</b>
	<b>54</b>	<b>90%</b>
	<b>52</b>	<b>80%</b>
	<b>55</b>	<b>60%</b>
	<b>51</b>	<b>50%</b>

3. Перед соревнованиями зал, где они будут проходить, проветрили, закрыли окна и двери, и включили нагревательные приборы. Когда температура установилась, климатическое панно, висящее в зале, что она равна  $t = 20^\circ\text{C}$ , но воздух очень сухой – относительная влажность равнялась  $r = 15\%$ . Для создания более комфортных условий включили увлажнители воздуха и увеличили относительную влажность до  $r' = 50\%$ . Температуру при этом сохранили неизменной. Найдите массу воды, которую испарили для увеличения влажности. Объем зала  $V = 800\text{ м}^3$ , молярная масса воды  $\mu = 18\text{ г/моль}$ , универсальная газовая постоянная  $R \approx 8,31\text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$ . Давление насыщенных паров воды при температуре зала  $p_n = 2,34\text{ кПа}$ . Ответ запишите в килограммах, с точностью до сотых, без указания единиц измерения.

**Возможное решение:** Из уравнения Менделеева-Клапейрона  $pV = \frac{m}{\mu}RT$  можно выразить

массу пара в зале через давление этого пара  $m = \frac{\mu pV}{RT}$ . Давление пара можно определить по

относительной влажности и давлению насыщенного пара  $p = r \cdot p_n$ . Поэтому  $m = r \frac{\mu p_n V}{RT}$ .

Следовательно, увеличение массы водяного пара при увеличении относительной влажности

$$\Delta m = m' - m = (r' - r) \frac{\mu p_n V}{RT} \approx 4,84\text{ кг}.$$

МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	ОТВЕТЫ	СТОИМОСТЬ
<b>10</b>	<b>4,84</b>	<b>100%</b>
	<b>4,85</b>	<b>90%</b>
	<b>4,83</b>	<b>80%</b>
	<b>4,86</b>	<b>60%</b>
	<b>4,82</b>	<b>50%</b>

4. Для разгона тележки массой  $m = 4\text{ кг}$  по двум горизонтальным прямолинейным толстым металлическим рельсам используется следующий механизм. Колеса тележки непроводящие, но между ними помещена проводящая планка, контактирующая с обоими рельсами (и изолированная от остальных частей тележки). Распределение масс в тележке таково, что сила давления планки на рельсы постоянна и равна 25% от веса тележки. Коэффициент трения между планкой и рельсами равен  $\mu = 0,8$ . К концам рельс подключают аккумулятор с ЭДС  $\mathcal{E} = 98\text{ В}$ , а в пространстве между ними создано вертикальное магнитное поле (направление выбрано так, чтобы тележка уезжала от аккумулятора) с индукцией  $B = 8\text{ Тл}$ . Длина планки  $l = 0,5\text{ м}$ , ее сопротивление (включающее сопротивление контактов)  $R = 30\text{ Ом}$  намного больше внутреннего сопротивления источника и сопротивления участков рельс, по которым проезжает тележка в ходе разгона. Ускорение свободного падения при



выполнении данного задания считать равным  $g \approx 10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивлением воздуха и трением качения пренебречь.

4.1. До какой максимальной возможной скорости может разогнаться тележка, если рельсы очень длинные? Ответ запишите в м/с, с точностью до десятых без указания единиц измерения.

4.2. Оказалось, что после подключения аккумулятора тележка набирает половину максимальной скорости за время  $t \approx 5,2 \text{ с}$ . Найдите КПД работы аккумулятора по разгону тележки до этой скорости (отношение кинетической энергии тележки к работе аккумулятора) Ответ запишите в процентах, с точностью до целого значения, без указания единиц измерения.

**Возможное решение:** В горизонтальном направлении на тележку действуют сила трения планки о рельсы  $F_{mp} = \mu N = \frac{1}{4} \mu mg$  и сила Ампера  $F_A = BIl$  (действует на планку с током со

стороны магнитного поля). Уравнение движения тележки  $ma_x = BIl - \frac{1}{4} \mu mg$ , а сила тока при

движущейся тележке вычисляется с учетом ЭДС индукции  $\mathcal{E}_i = -B \frac{\Delta S}{\Delta t} = -Bl \frac{\Delta x}{\Delta t} = -Bl v_x$

(ясно, что ЭДС индукции стремится уменьшить силу тока):  $I = \frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}_i}{R} = \frac{\mathcal{E} - Blv_x}{R}$ . В

процессе разгона скорость растет, а ускорение уменьшается. Максимальная скорость соответствует нулевому ускорению, и поэтому

$$0 = Bl \frac{\mathcal{E} - Blv_{\max}}{R} - \frac{1}{4} \mu mg \Rightarrow v_{\max} = \frac{\mathcal{E}}{Bl} - \frac{\mu mg R}{4B^2 l^2} = 9,5 \text{ м/с}.$$

МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	ОТВЕТЫ	СТОИМОСТЬ
5	9,5	100%
	9,4	80%
	9,6	80%

Запишем снова уравнение движения тележки для произвольного момента времени  $ma_x = BIl - \frac{1}{4} \mu mg$  и умножим его на очень малый интервал времени  $\Delta t$ . Поскольку

$a_x \Delta t = \Delta v_x$  и  $I \Delta t = \Delta q$ , то мы получим  $m \Delta v_x = Bl \Delta q - \frac{1}{4} \mu mg \Delta t$ . Просуммировав все

изменения от момента старта до времени  $t$ , когда , найдем, что  $\frac{1}{2} m v_{\max}^2 = Bl q - \frac{1}{4} \mu mg t$ . Из

этого уравнения находим заряд, протекший через источник за это время  $q = \frac{2m v_{\max} + \mu mg t}{4Bl}$  и

работу источника  $A = \mathcal{E} q = \mathcal{E} \frac{2m v_{\max} + \mu mg t}{4Bl}$ . Кинетическая энергия тележки в этот момент

$E_K = \frac{m v_x^2}{2} = \frac{m v_{\max}^2}{8}$ , и поэтому КПД работы аккумулятора

$$\eta = \frac{E_K}{A} = \frac{Bl m v_{\max}^2}{2 \mathcal{E} (2m v_{\max} + \mu mg t)} \approx 3\%.$$

МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	ОТВЕТЫ	СТОИМОСТЬ
10	3	100%
	4	80%
	2	60%

## ПРИМЕР ВАРИАНТА: ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

1. Два одинаковых шарика, выпущенных из катапульта, столкнулись «лоб в лоб» в тот момент, когда оба летели горизонтально. Непосредственно перед ударом величины скоростей шаров равнялись  $v_1 = 5 \text{ м/с}$  и  $v_2 = 2 \text{ м/с}$ . Какой после удара стала величина скорости второго шара (то есть того, который до удара двигался со скоростью  $2 \text{ м/с}$ )? Удар считайте упругим. Ответ запишите в м/с, с точностью до целого значения.

**Возможное решение:** После лобового упругого удара тела движутся вдоль той же прямой, что и перед ударом (ось  $x$ ). Их скорости до и после удара (в проекциях на ось  $x$ ) связаны законами сохранения энергии и импульса. При одинаковых массах эти законы приводят к уравнениям:

$$\left\{ \begin{array}{l} mv'_1 + mv'_2 = mv_1 + mv_2 \\ \frac{mv_1'^2}{2} + \frac{mv_2'^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v'_1 + v'_2 = v_1 + v_2 \\ v_1'^2 + v_2'^2 = v_1^2 + v_2^2 \end{array} \right.$$

Ясно, что эта система имеет два решения относительно «новых» скоростей, и они легко угадываются: это «старые» скорости  $v'_1 = v_1$  и  $v'_2 = v_2$  (соответствует отсутствию удара) или «обмен скоростями»  $v'_1 = v_2$  и  $v'_2 = v_1$  (если удар произошел). Таким образом, скорость второго шара после удара равна скорости первого шара до удара.

МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	ОТВЕТЫ	СТОИМОСТЬ
5	5	100%

2. Рассмотрим случай, когда эти шары перед ударом летели горизонтально точно навстречу друг другу, но упругий удар не был лобовым, и первый шар (летевший со скоростью  $v_1 = 5 \text{ м/с}$ ) в результате удара отклонился от направления своего движения до удара на угол  $\alpha = 60^\circ$ . Скорость второго шара перед ударом по-прежнему  $v_2 = 2 \text{ м/с}$ .

а. Найдите величину скорости первого шара сразу после удара. Ответ запишите в м/с, с точностью до десятых.

б. Найдите угол отклонения второго шара (от направления своего движения до удара). Ответ запишите в градусах, с точностью до целого значения.

**Возможное решение:** В этом случае движение уже не является одномерным, и уравнения для «новых» скоростей нужно записывать в векторной форме (или в проекциях на координатные оси). Например:

$$\left\{ \begin{array}{l} m\vec{v}'_1 + m\vec{v}'_2 = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 \\ \frac{m\vec{v}_1'^2}{2} + \frac{m\vec{v}_2'^2}{2} = \frac{m\vec{v}_1^2}{2} + \frac{m\vec{v}_2^2}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{v}'_2 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 - \vec{v}'_1 \\ v_2'^2 = v_1^2 + v_2^2 - v_1'^2 \end{array} \right.$$

Учтем, что до удара шары летели навстречу друг другу: запишем, что  $\vec{v}_2 = -0,4 \cdot \vec{v}_1$ . Тогда  $\vec{v}'_2 = 0,6 \cdot \vec{v}_1 - \vec{v}'_1$ . Возведем это соотношение в квадрат (учитывая, что  $\vec{v}_1 \cdot \vec{v}'_1 = v_1 v'_1 \cos(\alpha) = \frac{1}{2} v_1 v'_1$ ):  $v_2'^2 = 0,36v_1^2 + v_1'^2 - 0,6v_1 v'_1$ . Подставляя сюда выражение для  $v_2'^2$  из закона сохранения энергии, получаем уравнение для скорости первого шара после удара:  $v_1'^2 - 0,3v_1 v'_1 - 0,4v_1^2 = 0$ . Положительный корень этого уравнения  $v'_1 = 0,8v_1 = 4 \text{ м/с}$ .

МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	ОТВЕТЫ	СТОИМОСТЬ
10	4,0	100%
	4	90%

Найдем скорость второго шара после удара:  $v_2'^2 = v_1^2 + v_2^2 - v_1'^2 = 0,52v_1^2$ , то есть  $v'_2 = \frac{\sqrt{13}}{5} v_1 = \frac{\sqrt{13}}{2} v_2$ . Перепишем закон сохранения импульса в другом виде (ясно, что  $\vec{v}_1 = -2,5 \cdot \vec{v}_2$ ,  $v_1'^2 = 4v_2'^2$ ):  $\vec{v}'_2 + 1,5\vec{v}_2 = -\vec{v}'_1$ . Возведем его в квадрат

$v_2'^2 + 2,25v_2^2 + 3v_2v_2' \cos(\beta) = v_1'^2$  (где  $\beta$  – искомый угол поворота вектора скорости второго шара) и выразим  $\beta$ :  $3\frac{\sqrt{13}}{2}v_2^2 \cos(\beta) = -\frac{3}{2}v_2^2$ , то есть  $\beta = \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{13}}\right) \approx 106^\circ$ .

МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	ОТВЕТЫ	СТОИМОСТЬ
10	106	100%

3. Перед соревнованиями зал, где они будут проходить, проветрили, закрыли окна и двери, и включили нагревательные приборы. Когда температура установилась, климатическое панно, висящее в зале, что она равна  $t = 24^\circ\text{C}$ , но воздух очень сухой – относительная влажность равнялась  $r = 18\%$ . Для создания более комфортных условий увлажнители воздуха испарили  $m = 7$  кг воды. Температуру при этом сохранили неизменной. Какой стала относительная влажность воздуха в зале? Объем зала  $V = 1000\text{ м}^3$ , молярная масса воды  $\mu = 18\text{ г/моль}$ , универсальная газовая постоянная  $R \approx 8,31\text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$ . Давление насыщенных паров воды при температуре зала  $p_n = 2,99\text{ кПа}$ . Ответ запишите в процентах, с точностью до целого значения.

**Возможное решение:** Из уравнения Менделеева-Клапейрона  $pV = \frac{m_n}{\mu}RT$  можно выразить

давление водяного пара через массу пара в зале  $p = \frac{RT}{\mu V}m_n$ . Давление пара можно определить

по относительной влажности и давлению насыщенного пара  $p = r \cdot p_n$ . Поэтому

$r = \frac{RT}{\mu p_n V}m_n$ . Следовательно, увеличение относительной влажности при увеличении массы

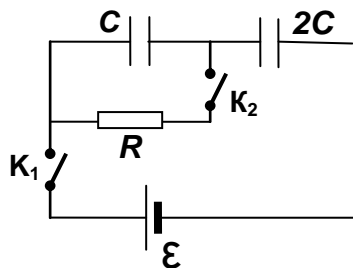
водяного пара  $r' - r = (m'_n - m_n) \frac{RT}{\mu p_n V} \Rightarrow r' = r + m \frac{RT}{\mu p_n V} = 50\%$ .

МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	ОТВЕТЫ	СТОИМОСТЬ
10	50	100%
	49	70%
	51	70%

4. Перед сборкой схемы, изображенной на рисунке, оба конденсатора были разряжены. После сборки сначала замкнули ключ  $K_1$ , а затем, спустя некоторое время –  $K_2$ . Величина  $C = 30\text{ мкФ}$ , ЭДС источника  $\mathcal{E} = 50\text{ В}$ , внутреннее сопротивление батареи и сопротивление соединительных проводов и контактов пренебрежимо мало.

а. Какой заряд будет у конденсатора с большей емкостью после замыкания  $K_1$  (до замыкания  $K_2$ )? Ответ дайте в мкКл, с точностью до целого значения.

б. Какое количество теплоты выделится в резисторе  $R$ ? Ответ дайте в мДж, с точностью до целого значения.



**Возможное решение:** После замыкания  $K_1$  батарея конденсаторов общей емкостью

$C_{\text{общ}} = \frac{2C \cdot C}{2C + C} = \frac{2}{3}C$  заряжается от источника до напряжения  $\mathcal{E}$ . Заряд каждого из

конденсаторов  $q = \frac{2}{3}C\mathcal{E} = 1000\text{ мкКл}$ . На этой стадии ток через резистор не течет, и тепло в

нем не выделяется.

МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	ОТВЕТЫ	СТОИМОСТЬ
5	1000	100%
	1	50%

После замыкания  $K_2$  конденсатор емкостью  $C$  разряжается через резистор, а конденсатор емкостью  $2C$  дозаряжается до напряжения  $\mathcal{E}$  через тот же резистор. Поскольку все прочие сопротивления малы, практически все тепло выделяется именно в резисторе, и выделившееся количество теплоты равно разности работы источника и изменения энергии конденсаторов после замыкания  $K_2$ :  $Q_R \approx Q = A_{ист} - \Delta E_C$ . Работа источника вычисляется по величине протекшего через него на второй стадии заряда:  $\Delta q = 2C\mathcal{E} - \frac{2}{3}C\mathcal{E} = \frac{4}{3}C\mathcal{E}$ , и поэтому

$$A_{ист} = \mathcal{E} \cdot \Delta q = \frac{4}{3}C\mathcal{E}^2. \text{ Изменение энергии конденсаторов } \Delta E_C = (2C - C_{общ}) \frac{\mathcal{E}^2}{2} = \frac{2}{3}C\mathcal{E}^2.$$

Таким образом, в резисторе выделяется количество теплоты  $Q_R \approx \frac{2}{3}C\mathcal{E}^2 = 50 \text{ мДж}$ .

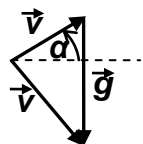
МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	ОТВЕТЫ	СТОИМОСТЬ
10	50	100%
	5	50%

### 9 классы

#### ПРИМЕР ВАРИАНТА: ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

1. Робот на соревнованиях отправляет в полет небольшой массивный шарик с помощью катапульты. Известно, что катапульта отправляет шарик в полет со скоростью  $v_0 = 3,5 \text{ м/с}$  под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту. Спустя время  $t = 1,5 \text{ с}$  после броска шарик еще находится в полете. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите скорость шарика в этот момент. Ускорение свободного падения считать равным  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ . Ответ запишите в м/с, с точностью до десятых, без указания единиц измерения.

**Возможное решение:** Закон изменения скорости в векторной форме при движении с



постоянным ускорением  $\vec{g}$  имеет вид  $\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}t$ . Заметим, что угол между векторами  $\vec{v}_0$  и  $\vec{g}$  равен  $90^\circ - \alpha$  (см. рисунок). После возведения этого равенства в квадрат:

$$v^2 = v_0^2 + g^2 t^2 + 2v_0 g \cos(90^\circ + \alpha) = v_0^2 + g^2 t^2 - 2v_0 g \sin(\alpha). \text{ Таким образом,}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2 - v_0 g t} = 13,3 \text{ м/с.}$$

МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	ОТВЕТЫ	СТОИМОСТЬ
5	13,3	100%
	13,6	50%

2. Робот располагается на ровном горизонтальном полу, и производит бросок. Задача состоит в том, чтобы шарик попал в круглую лунку в полу, центр которой находится на расстоянии  $l = 2,1 \text{ м}$  от точки броска по горизонтали. Конструкция катапульты такова, что высота точки броска (центра шарика в момент броска) над полом  $h = 35 \text{ см}$  и угол вылета шарика к горизонту  $\alpha = 30^\circ$  фиксированы с высокой точностью, и настройкой катапульты можно изменять только скорость вылета шарика  $v_0$ . Ускорение свободного падения считать равным  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ .

2.1. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите величину  $v_0$ , при которой шарик попадет точно в центр лунки. Ответ запишите в м/с, с точностью до десятых, без указания единиц измерения.

2.2. Радиус лунки равен  $R = 5$  см, а радиус шарика  $r = 5$  см. В рамках тех же приближений найдите максимальное относительное отклонение скорости от найденной величины  $\left(\frac{\Delta v_{\max}}{v_0}\right)$ , при котором шарик все-таки упадет в лунку. Пол вокруг лунки довольно

гладкий и очень упругий, а стенки лунки покрыты очень шероховатым амортизирующим материалом, так что при касании они отбирают у шарика почти всю его кинетическую энергию. Ответ запишите в процентах, округляя до десятых в меньшую сторону, без указания единиц.

**Возможное решение:** Введем систему координат, в которой ось  $x$  направлена горизонтально, ось  $y$  – вертикально, а начало координат совмещено с точкой броска. Закон движения шарика в этой системе координат позволяет найти уравнение его траектории:

$$\left\{ \begin{array}{l} x(t) = v_0 \cos(\alpha)t \\ y(t) = v_0 \sin(\alpha)t - \frac{gt^2}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow y(x) = \operatorname{tg}(\alpha) \cdot x - \frac{g x^2}{2v_0^2 \cos^2(\alpha)}.$$

Попадание в центр лунки означает, что  $y(l) = -h$ . Из этого уравнения находим необходимую

$$\text{величину начальной скорости броска } v_0 = l \sqrt{\frac{g}{2\cos(\alpha)[l \sin(\alpha) + h \cos(\alpha)]}} \approx 4,294 \text{ м/с.}$$

МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	ОТВЕТЫ	СТОИМОСТЬ
10	4,3	100%

Для определения допустимого отклонения скорости нужно заметить, что в соответствии с условием шарик падает в лунку, если «хотя бы чуть-чуть» коснется ее стенок. Тогда ясно, что условие для минимальной скорости – это  $y(l - R) = -h + r$ , а для максимальной –  $y(l + R) = -h + r$ . Соответственно

$$v_{\min} = (l - R) \sqrt{\frac{g}{2\cos(\alpha)[(l - R) \sin(\alpha) + (h - r) \cos(\alpha)]}} \approx 4,245 \text{ м/с,} \quad \text{и}$$

$$v_{\max} = (l + R) \sqrt{\frac{g}{2\cos(\alpha)[(l + R) \sin(\alpha) + (h - r) \cos(\alpha)]}} \approx 4,370 \text{ м/с.}$$

Максимальное относительное отклонение соответствует случаю большей скорости, и оно примерно равно 1,77%. При округлении в меньшую сторону получаем 1,7%.

МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	ОТВЕТЫ	СТОИМОСТЬ
5	1,7	100%
	1,8	60%
	1,6	40%

3. К источнику постоянного напряжения подключили параллельно реостат и вольтметр. Реостат проградуирован – на шкале рядом с движком указана доля  $0,1 \leq x \leq 1$  от его полного сопротивления. Вольтметр раньше был очень точным, но из-за паразитного контакта между клеммами его входное сопротивление оказалось очень низким.

3.1. Если установить на шкале реостата  $x_1 = 0,25$ , то вольтметр показывает напряжение  $U_1 = 9,80$  В. При  $x_2 = 0,5$  показания вольтметра  $U_2 = 18,90$  В. Какими будут показания вольтметра, если установить  $x_3 = 1$ ? Ответ запишите в вольтах, с точностью до сотых, без указания единиц измерения.

3.2. Допустим, что ЭДС источника равно 260 В, а его внутреннее сопротивление 5 Ом. Найдите входное сопротивление вольтметра. Ответ запишите в омах, с точностью до целого значения, без указания единиц измерения.

**Возможное решение:** Пусть  $\mathcal{E}$  и  $r$  – ЭДС и внутреннее сопротивление источника,  $R_V$  – входное сопротивление вольтметра, а  $R$  – полное сопротивление реостата. Так как вольтметр показывает напряжение  $U$  на себе самом и на реостате, то силы текущих через них токов

равны  $I_V = \frac{U}{R_V}$  и  $I_x = \frac{U}{xR}$ . Такое же напряжение и на ветви с источником, в которой течет суммарный ток с силой  $I_V + I_x$ , то есть  $U = \mathcal{E} - r(I_V + I_x)$ . Подставляя в это соотношение выражения для сил тока, получаем уравнение для  $U$ , из которого находим, что  $\frac{\mathcal{E}}{U} = 1 + \frac{r}{R_V} + \frac{r}{R} \frac{1}{x} \equiv a + b \frac{1}{x}$ . Мы обнаружили, что величина  $\frac{\mathcal{E}}{U}$  является линейной функцией  $\frac{1}{x}$ . Соответственно  $\frac{\mathcal{E}}{U_1} = a + 4b$ ,  $\frac{\mathcal{E}}{U_2} = a + 2b$ , а  $\frac{\mathcal{E}}{U_3} = a + b$ . Комбинируя эти уравнения, получаем:  $2 \frac{\mathcal{E}}{U_3} = 3 \frac{\mathcal{E}}{U_1} - \frac{\mathcal{E}}{U_1}$ . Значит,  $\frac{2}{U_3} = \frac{3}{U_2} - \frac{1}{U_1} \Rightarrow U_3 = \frac{2U_1U_2}{3U_1 - U_2} = 35,28\text{В}$ .

МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	ОТВЕТЫ	СТОИМОСТЬ
10	35,28	100%
	35,3	70%
	35	40%

Из полученных выше уравнений следует, что  $1 + \frac{r}{R_V} \equiv a = 2 \frac{\mathcal{E}}{U_2} - \frac{\mathcal{E}}{U_1} = \mathcal{E} \frac{2U_1 - U_2}{U_1U_2}$ . Теперь мы можем выразить входное сопротивление вольтметра:  $R_V = \frac{U_1U_2}{\mathcal{E}(2U_1 - U_2) - U_1U_2} \approx 282,6\text{Ом}$ . Действительно, это слишком мало для «точного» вольтметра.

МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	ОТВЕТЫ	СТОИМОСТЬ
5	283	100%
	282	70%
	284	70%
	281	40%
	285	40%

4. Груз массой  $m = 40\text{кг}$  тянут вверх легким прочным тросом по наклонной поверхности с постоянной скоростью  $V = 3,3\text{ м/с}$ . Трос закреплен на валу неподвижного электродвигателя. Двигатель подключен к аккумулятору с ЭДС  $\mathcal{E} = 112\text{В}$ , внутреннее сопротивление которого намного меньше сопротивления обмотки двигателя  $R = 5\text{Ом}$ . Угол наклона поверхности по отношению к горизонту  $\alpha = 30^\circ$ , а коэффициент трения между грузом и поверхностью равен  $\mu = \frac{1}{2\sqrt{3}} \approx 0,29$ . Ускорение свободного падения равно  $g = 9,8\text{м/с}^2$ . Найдите КПД двигателя (полезной мощностью считайте полную развиваемую механическую мощность, а потерями – тепловые потери в обмотке). Ответ запишите в процентах, с точностью до целого значения, без указания единиц.

**Возможное решение:** Сила трения груза о плоскость, которая в данном случае является силой трения скольжения, равна  $F_{mp} = \mu N = \mu mg \cdot \cos(\alpha)$ . Так как груз движется с постоянной скоростью, то сила, с которой двигатель тянет трос, постоянна и равна сумме силы трения и проекции силы тяжести на плоскость:  $F_0 = mg \cdot [\sin(\alpha) + \mu \cos(\alpha)]$ . Таким образом, полезная мощность должна быть  $P_n = F_0 \cdot V = 970,2\text{Вт}$ . Мощность затрат аккумулятора  $\mathcal{E} \cdot I$  идет на компенсацию джоулевых потерь в цепи обмотки двигателя и полезную мощность. Мощность тепловых потерь  $P_Q \approx RI^2$ . Поэтому  $\mathcal{E} \cdot I \approx RI^2 + P_n$ . Значит, сила тока определяется из уравнения  $I^2 - \frac{\mathcal{E}}{R}I + \frac{FV}{R} = 0$ . При нулевой полезной мощности

ток должен равняться  $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$ , и поэтому нужный корень этого уравнения – со знаком «+»:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{2R} + \sqrt{\frac{\mathcal{E}^2}{4R^2} - \frac{FV}{R}}. \text{ Но в данном случае дискриминант уравнения отрицателен! Таким}$$

образом, при заданном значении ЭДС аккумулятор не способен обеспечить питание двигателя для выполнения поставленной задачи. Значит, при запуске груза с заданной скоростью, аккумулятор будет работать с максимально возможной механической мощностью, которая соответствует нулевому значению дискриминанта, то есть

$$P_n = FV = \frac{\mathcal{E}^2}{4R} = 627,2 \text{ Вт. Ясно, что при этом } F < F_0, \text{ и скорость будет уменьшаться, пока не}$$

$$\text{достигнет значения } V = \frac{\mathcal{E}^2}{4RF} \approx 2,13 \text{ м/с. Тогда сила тока } I = \frac{\mathcal{E}}{2R} = 11,2 \text{ А, а мощность затрат}$$

$$\mathcal{E} \cdot I = 1254,4 \text{ Вт. Значит, КПД двигателя в этом режиме } 50\%.$$

Впрочем, можно понять задание по другому: при обнаружении невозможности заданного режима можно считать, что двигатель «не справляется» с нагрузкой, и прийти к выводу, что КПД равен нулю. Поскольку в этом случае участник обнаружил главную особенность рассматриваемой системы, то такой ответ приравнивался к правильному.

МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	ОТВЕТЫ	СТОИМОСТЬ
15	0	100%
	50	100%

### 7 и 8 классы

#### ПРИМЕР ВАРИАНТА: ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

1. Две модели роботов двигаются по одной и той же замкнутой трассе в одном направлении. Модель №1 проезжала трассу за время  $T = 180 \text{ с}$ . Модель №2 ехала быстрее, и поэтому каждые  $t = 648 \text{ с}$  обгоняла первую. Когда модель №2 в очередной раз догнала модель №1, по команде с пульта управления модель №1 включила турборежим двигателя, от чего ее скорость увеличилась в полтора раза, и уехала от модели №2. Через какое время после включения турборежима модель №1 в первый раз обгонит модель №2, если скорости моделей больше изменяться не будут? Ответ запишите в секундах, с точностью до целого значения, без указания единиц измерения.

**Возможное решение:** Пусть  $L$  – длина круга на трассе,  $v_{1,2}$  – первоначальные скорости

моделей. Тогда  $L = v_1 T = (v_2 - v_1)t$ . Из этого соотношения находим, что  $v_2 = v_1 \left(1 + \frac{T}{t}\right)$ . Время

до «нового» обгона определяется из уравнения  $L = (1,5v_1 - v_2)t' = \left(\frac{1}{2} - \frac{T}{t_1}\right)v_1 t' = \left(\frac{1}{2} - \frac{T}{t_1}\right)\frac{L}{T}t'$ ,

из которого следует, что  $t' = \frac{2tT}{t - 2T} = 810 \text{ с}$ .

МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	ОТВЕТЫ	СТОИМОСТЬ
10	810	100%

2. Пусть теперь известно, что длина кольца трассы равна  $L = 320 \text{ м}$ . Обе модели одновременно стартовали с «противоположных» точек трассы (то есть расстояние между ними вдоль трассы равно половине ее длины) навстречу друг другу. При этом скорость модели №2 была в полтора больше скорости модели №1, и модели двигались с постоянными скоростями. Одновременно со стартом моделей из точки рядом с точкой старта модели №1 взлетел небольшой дрон и полетел к модели №2. Достигнув второй модели, он быстро

развернулся и полетел к первой, затем снова развернулся и так далее. Оказалось, что в тот момент, когда модели встретились на трассе в третий раз, дрон был почти точно над ними. Найдите путь дрона за все время полета от старта до этого момента времени, если известно, что его средняя скорость была в три раза больше, чем скорость модели №2. Ответ запишите в метрах, с точностью до целого значения, без указания единиц измерения.

**Возможное решение:** Первый раз модели встретятся через время  $t_1 = \frac{L}{2(v_1 + 1,5v_1)} = \frac{L}{5v_1}$  после старта (совместно преодолев расстояние, равное половине длины кольца). До каждой следующей встречи им нужно вместе пройти целое кольцо. Поэтому в третий раз они встретятся в момент времени  $t_3 = 5t_1 = \frac{L}{v_1}$ . Путь дрона за это время  $s = ut_3 = \frac{uL}{v_1}$ , где  $u$  – величина его скорости. По условию  $u = 3v_2 = \frac{9}{2}v_1$ , и поэтому  $s = \frac{9L}{2} = 1440\text{м}$ .

МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	ОТВЕТЫ	СТОИМОСТЬ
10	1440	100%
	720	50%
	2880	50%

3. Во время длительного переезда вода в радиаторе грузовика перегрелась, и водитель сделал остановку. Он решил попробовать измерить температуру воды в радиаторе, так как у него был с собой термос с встроенным термодатчиком, определявшим температуру содержимого с ошибкой не более  $0,05^\circ\text{C}$  (на специальном экране температура отображалась с десятными долями градуса). Правда, термос был рассчитан на предохранение содержимого от перегрева, а не от охлаждения, и датчик был рассчитан на температуры, не превышающие  $35^\circ\text{C}$ . Вода в радиаторе была явно горячее. Тогда водитель налил в термос воду из бутылки. Когда установилось равновесие, на экране датчика отобразилась температура  $t_1 = 24,0^\circ\text{C}$ . Взяв гайку, водитель привязал ее к тонкой прочной леске и опустил в радиатор, а потом – в термос. Теперь равновесная температура в термосе равнялась  $t_2 = 26,7^\circ\text{C}$ . После еще одного помещения гайки в радиатор, затем в термос и установления равновесия, температура увеличилась до  $t_3 = 29,3^\circ\text{C}$ .

3.1. Рассчитайте температуру воды в радиаторе по данным водителя (считая их точными).

Считайте также, что в процессе манипуляций водителя она практически не изменилась.

Ответ дайте в  $^\circ\text{C}$ , с точностью до целого значения.

3.2. Оцените возможную ошибку такого измерения температуры. В ответе поставьте:

- 1, если Вы считаете, что эта ошибка не более  $1^\circ\text{C}$ ,
- 2, если Вы считаете что она более  $1^\circ\text{C}$ , но не более  $5^\circ\text{C}$ ,
- 3, если Вы считаете что она более  $5^\circ\text{C}$ , но не более  $10^\circ\text{C}$ ,
- 4, если Вы считаете что она более  $10^\circ\text{C}$ , но не более  $15^\circ\text{C}$ ,
- 5, если Вы считаете что она более  $15^\circ\text{C}$

**Возможное решение:** После погружения в радиатор гайка нагревается до температуры воды в радиаторе  $t$ . Уравнение теплового баланса для процесса остывания гайки в термосе после первого погружения:  $C(t - t_2) = C_K(t_2 - t_1)$ , где  $C$  и  $C_K$  – теплоемкости гайки и термоса с водой соответственно. После второго погружении аналогично  $C(t - t_3) = C_K(t_3 - t_2)$ . Из этих

равенств находим:  $\frac{t - t_3}{t - t_2} = \frac{t_3 - t_2}{t_2 - t_1} \Rightarrow t = \frac{t_2^2 - t_1 t_3}{2t_2 - t_1 - t_3} = 96,9^\circ\text{C}$ , если считать данные водителя

точными. С точностью до целых  $t \approx 97^\circ\text{C}$ .

Но на самом деле все температуры известны нам с ошибкой до  $0,05^\circ\text{C}$ , а в знаменателе дроби при вычислении получалось  $0,1^\circ\text{C}$ , при чем этот результат на самом деле известен с точностью порядка  $0,1^\circ\text{C}$ , то есть реальный результат может очень сильно отличаться от полученного! Например, если «настоящие результаты»  $t_1 = 24,0^\circ\text{C}$ ,  $t_2 = 26,725^\circ\text{C}$  и



$t_3 = 29,275^\circ\text{C}$  (здесь ошибка равна половине возможной и внесена в две из трех величин), то  $t \approx 66,43^\circ\text{C}$ . Значит, ошибка результата заведомо больше  $15^\circ\text{C}$  (на самом деле – намного больше!). Метод измерений оказался практически не работающим.

МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	ОТВЕТЫ	СТОИМОСТЬ
15	97 5	100%
	97 4	80 %
	97 3	80%
	97 2	70%
	97 1	70%

4. На автокружке школьники собрали модель автомобиля с бензиновым двигателем. При постоянной скорости движения  $v = 4 \text{ м/с}$  двигатель потребляет  $\Delta m = 24 \text{ г}$  бензина на  $\Delta x = 100 \text{ м}$  пути. В модели используется система водяного охлаждения. Вода поступает в нее из радиатора с температурой  $t_1 = 24^\circ\text{C}$ . Скорость циркуляции воды в системе охлаждения  $u = 6 \text{ м/с}$ , площадь сечения трубок системы равна  $S = 0,5 \text{ см}^2$ . КПД двигателя равен 30%. С какой температурой возвращается вода из двигателя в радиатор в режиме, когда температура корпуса двигателя постоянна? Удельная теплота сгорания используемого бензина  $q = 45 \text{ МДж/кг}$ , удельная теплоемкость воды  $c \approx 4,2 \text{ кДж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$ , ее плотность  $\rho \approx 1 \text{ г/см}^3$ . Ответ дать в  $^\circ\text{C}$ , с точностью до целого значения.

**Возможное решение:** Отводимое водой тепло равно разности количества тепла, выделившегося при сгорании топлива, и полезной работы двигателя. Полезная работа двигателя за время  $\Delta t$  равна 30% от теплоты сгорания топлива. Ясно, что  $\Delta m = 24 \text{ г}$  соответствует  $\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = 25 \text{ с}$ . Через сечение  $S$  трубы за время  $\Delta t$  протекает вода, находившаяся в объеме  $Su\Delta t$  перед этим сечением. Поэтому через систему охлаждения за это время протекает масса воды, равная  $\Delta M = \rho Su\Delta t$ . Ясно, что умножение этой величины на удельную теплоемкость воды  $c$  и разность температур  $\Delta t$  на выходе и входе в систему охлаждения дает величину, равную отводимому теплу, то есть  $100\% - 30\% = 70\%$  от теплоты сгорания бензина в единицу времени. Таким образом,

$$c\rho Su\Delta t = 0,7 \frac{q\Delta m}{\Delta t} = 0,7 \frac{q\Delta m \cdot v}{\Delta x} \Rightarrow \Delta t = \frac{0,7vq\Delta m}{c\rho Su\Delta x} = 24^\circ\text{C}.$$

Поэтому температура воды на выходе из системы  $t_2 = t_1 + \Delta t = 48^\circ\text{C}$ .

МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	ОТВЕТЫ	СТОИМОСТЬ
15	48	100%
	24	60%
	60	40%

### ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП ОЛИМПИАДЫ «РОБОФЕСТ»

Оценка участника заключительного этапа складывалась из оценок практического тура (в зависимости от направления – робототехнических соревнований либо защиты проектов), теоретического тура (решение задач по физике) и собеседования по физике. По сравнению с отборочным этапом удельный вес оценок за испытания по профильному предмету олимпиады – физике – увеличен.

Распределение баллов:

**Робототехнические соревнования и защита проектов (индивидуальный зачет) – максимальная оценка 40 баллов:** За все соревнования выставлялись технические баллы в соответствии с регламентом соревнований. Технические баллы пересчитывались в 40-балльную итоговую оценку робототехнических соревнований по линейной монотонной шкале.

**Максимальная сумма баллов за теоретический тур (выставляются индивидуальные оценки): 50 баллов:** Каждый из вариантов теоретического тура состоял из **четырёх** заданий, содержащих **вопрос** и **задачу**. При проверке работ жюри по установленным критериям выставляло технические баллы:

**Максимальная оценка за вопрос – 10 технических баллов;**

**Максимальная оценка за задачу – 15 технических баллов.**

**Максимальная оценка за работу теоретического тура – 100 технических баллов.**

Технические баллы пересчитывались в 50-балльную итоговую оценку теоретического тура, равной половине суммы технических баллов с округлением в большую сторону до целого значения.

**Собеседование с экспертами (выставляются индивидуальные оценки) – максимальная оценка 10 баллов.** В ходе собеседования эксперты – члены жюри олимпиады – задавали вопросы по физике, связанные с работой участника на теоретическом туре

**Максимальная оценка участника заключительного этапа составляла 100 баллов.**

На теоретическом туре заключительного этапа участники разбиваются на две возрастные группы: «младшую» (7-9 классы) и «старшую» (10 и 11 классы). Познакомимся с примерами заданий.

### ЗАДАНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ТУРА ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА

**2020/2021 учебного года ПО ФИЗИКЕ:**

**условия, решения, ответы и критерии проверки**

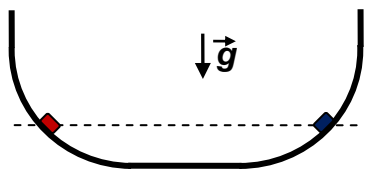
## 10-11 классы

### БИЛЕТ № 01

#### Задание 1:

**Вопрос:** Небольшая шайба, движущаяся по гладкой горизонтальной плоскости, налетает на такую же покоящуюся шайбу, и происходит косой упругий удар. Найдите угол разлета шайб после удара.

**Задача:** Две маленькие шайбы с разными массами отпускают без начальных скоростей с одинаковой высоты  $h = 25$  см в яме-«полутрубе» с гладкими стенками (форма которых – четверть цилиндра с вертикальным продолжением сверху), гладко переходящими в гладкое горизонтальное дно (см. рисунок). На горизонтальном дне ямы произошел упругий косой удар, в результате которого более тяжелая шайба уменьшила свою скорость в два раза и развернулась на  $90^\circ$ . На



какую максимальную высоту поднимется более легкая шайба по стене ямы (высота стенки больше этой высоты, а ее длина такова, что шайбы не покидают ямы за время подъема).

**Ответ на вопрос:** Запишем законы сохранения энергии и импульса для упругого удара двух одинаковых шайб с начальными скоростями  $v_0$  и  $0$  и конечными скоростями  $v$  и  $V$  соответственно:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{mV^2}{2} \Rightarrow v_0^2 = v^2 + V^2 \quad \text{и}$$

$m\vec{v}_0 = m\vec{v} + m\vec{V} \Rightarrow v_0^2 = v^2 + V^2 + 2vV\cos(\vartheta)$ . Здесь  $\vartheta$  – искомый угол разлета шайб. Вычитая эти соотношения друг из друга, находим, что  $vV\cos(\vartheta) = 0$ . Так как скорости шайб после косоупругого удара не могут равняться нулю, то  $\cos(\vartheta) = 0 \Rightarrow \vartheta = 90^\circ$ .

Правильно записан закон сохранения энергии	<b>2</b>
Правильно записан (в векторной или в компонентной форме) закон сохранения импульса	<b>2</b>
Из этих соотношений получено правильное уравнение для угла разлета	<b>3</b>
Дан правильный ответ	<b>3</b>
<b>ВСЕГО</b>	<b>10</b>

**Решение задачи:** Ясно (из закона сохранения механической энергии), что на горизонтальный участок шайбы выедут с одинаковыми по величине скоростями  $v_0 = \sqrt{2gh}$ , направленными навстречу друг другу. Направим ось  $x$  по направлению движения более тяжелой шайбы (массы  $M$ ) до удара, а ось  $y$  – по направлению ее движения после удара (перпендикулярно  $x$ ). Закон сохранения импульса в проекции на эти оси дает:

$$\begin{cases} Mv_0 - mv_0 = mv_x \\ 0 = M \frac{v_0}{2} + mv_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = (n-1)v_0 \\ v_y = -\frac{n}{2}v_0 \end{cases}$$

Здесь  $n \equiv \frac{M}{m}$ , а  $\vec{v}$  – скорость более легкой шайбы после удара. Подставим эти соотношения в

уравнение закона сохранения энергии  $\frac{(M+m)v_0^2}{2} = \frac{m(v_x^2 + v_y^2)}{2} + \frac{M(v_0/2)^2}{2}$ . Получим, что

$n(5n-11) = 0$ . Поскольку  $M \neq 0$ , то  $n = 2,2$ . Движение вдоль оси  $y$  не влияет на подъем шайбы на стенку ямы, а  $v_x = 1,2 \cdot v_0$ . Снова воспользуемся законом сохранения энергии: максимальная

высота подъема легкой шайбы на стенку ямы  $h' = \frac{v_x^2}{2g} = 1,44 \cdot \frac{v_0^2}{2g} = 1,44h = 36\text{см}$ .

Указано (используется в решении), что на горизонтальный участок шайбы выедут с одинаковыми по величине скоростями $v_0 = \sqrt{2gh}$ , направленными навстречу друг другу	<b>2</b>
Правильно записан закон сохранения импульса для соударения шайб (в векторной или компонентной форме)	<b>2</b>
Правильно выражена скорость легкой шайбы после удара через $n$	<b>3</b>
Правильно записан закон сохранения энергии для соударения шайб	<b>2</b>
$v_x$ правильно выражена через $v_0$	<b>3</b>
Получены правильные аналитический ( $h' = 1,44h$ ) и численные ответы	<b>2+1=3</b>
<b>ВСЕГО</b>	<b>15</b>

### Задание 2:

**Вопрос:** В сосуде под подвижным поршнем находится воздух с относительной влажностью 60%. Какой станет относительная влажность воздуха, если опустить поршень, уменьшив объем воздуха в 2 раза, не нарушая герметичности сосуда и поддерживая неизменной температуру его содержимого?

**Задача:** В хорошо загерметизированном помещении температура воздуха равна  $t_0 = 21^\circ\text{C}$ , а его относительная влажность  $r_0 = 20,0\%$ . В помещении включили обогреватель. Когда температура поднялась до  $t_1 = 24^\circ\text{C}$ , относительная влажность стала равна  $r_1 = 16,8\%$ . Какой станет относительная влажность воздуха в помещении при повышении температуры до  $t_2 = 27^\circ\text{C}$ ? В интервале температур от  $t_0 = 21^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 27^\circ\text{C}$  с удовлетворительной точностью зависимость давления насыщенного пара от температуры можно считать линейной.

**Ответ на вопрос:** Если конденсация водяного пара в процессе сжатия не начнется, то масса водяного пара останется неизменной. Тогда при изотермическом сжатии парциальное давление водяного пара будет расти обратно пропорционально объему, и к концу сжатия возрастет в 2 раза. Давление насыщенного водяного пара зависит только от температуры, и поэтому оно останется неизменным. Значит, в отсутствие конденсации относительная влажность возросла бы в 2 раза и составила 120%. Но это невозможно в устойчивом равновесном состоянии. Значит, на самом деле в процессе сжатия началась конденсация водяного пара, и в конечном состоянии пар насыщенный. Относительная влажность станет равна 100%.

Указано, что масса водяного пара может меняться только из-за конденсации	<b>3</b>
Указано, что в отсутствие конденсации давление росло бы обратно пропорционально объему	<b>2</b>

Указано (используется в решении), что давление насыщенного пара при постоянной температуре неизменно	2
Дан правильный ответ	3
<b>ВСЕГО</b>	<b>10</b>

**Решение задачи:** В соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона, давление паров воды массой  $m$  в помещении объемом  $V$  при температуре  $T$  равно  $p = \frac{mRT}{\mu V}$ . Давление насыщенного пара, согласно условию, можно записать в виде  $p_H(T) = aT + b$ . Поэтому относительная влажность воздуха  $r(T) = \frac{mR}{\mu V} \frac{T}{aT + b}$ , и можно заметить, что обратная величина является линейной функцией обратной абсолютной температуры:  $\frac{1}{r} = A + B \frac{1}{T}$ . Запишем эти соотношения для температур  $t_0$  и  $t_1$ :  $\frac{1}{r_0} = A + B \frac{1}{T_0}$  и  $\frac{1}{r_1} = A + B \frac{1}{T_1}$ . Выразим из них коэффициенты зависимости  $A = \frac{r_0 T_1 - r_1 T_0}{r_0 r_1 (T_1 - T_0)}$  и  $B = -\frac{T_0 T_1 (r_0 - r_1)}{r_0 r_1 (T_1 - T_0)}$ , и с их помощью вычисляем относительную влажность при  $t_2$ :  $\frac{1}{r_2} = \frac{1}{r_0 r_1 (T_1 - T_0)} (r_0 T_1 - r_1 T_0 - \frac{T_0 T_1}{T_2} (r_0 - r_1))$ . В результате получаем:

$$r_2 = \frac{r_0 r_1 (T_1 - T_0) T_2}{T_2 (r_0 T_1 - r_1 T_0) - T_0 T_1 (r_0 - r_1)} \approx 14,5\%.$$

Допустимо частичное использование числовых данных: например, при подстановке значений температур  $r_3 = \frac{50 r_0 r_1}{99 r_0 - 49 r_1} \approx 14,5\%$ .

Давление паров выражено из уравнения Менделеева-Клапейрона	3
Используется формула линейной зависимости для $p_H(T)$	2
Записана линеаризованная связь $r$ и температуры	3
Коэффициенты линейной зависимости выражены через данные задачи (аналитически или численно)	2+2=4
Записано выражение для $r_2$	1
Получен правильный численный ответ	2
<b>ВСЕГО</b>	<b>15</b>

### Задание 3:

**Вопрос:** Две горизонтальные трубы проложены параллельно, имеют одинаковую длину и одинаковое сечение почти по всей длине, кроме участка в середине, где у одной из труб имеется уширение (сечение трубы плавно увеличивается, а потом плавно уменьшается до первоначального значения). На вход обеих труб вода подается с одинаковой скоростью. В некоторый момент времени на вход труб одновременно попадают частицы краски, плывущие по течению, не касаясь стенок. В какой из труб (постоянного сечения или с уширением) частицы краски доплывут до конца трубы раньше? Сжимаемостью и вязкостью воды можно пренебречь. Ответ объяснить.

**Задача:** На конце шланга диаметром 3 см поставили коническую насадку длиной  $l = 40$  см с диаметром выходного отверстия 1,5 см. Струю направляют горизонтально, а давление в шланге таково, что струя попадает в мишень, расположенную от выходного отверстия на расстоянии по горизонтали  $L$  и ниже по высоте на  $H$ . Известно, что  $H = \frac{1}{7}L$  и что необходимое давление оказалось на  $\Delta p = 27$  кПа больше атмосферного. Затем насадку поменяли на другую – такой же длины, но с диаметром выходного отверстия 1 см, и установили ее концом вверх под углом  $45^\circ$  к горизонту. Какое избыточное давление нужно создать в шланге теперь, чтобы струя по-прежнему попадала в мишень (положение выходного отверстия и мишени не изменились)? Плотность воды  $\rho \approx 1$  г/см<sup>3</sup>, ускорение свободного падения  $g \approx 10$  м/с<sup>2</sup>.

**Ответ на вопрос:** Для стационарного течения расход воды в каждом сечении постоянен. Так как сжимаемостью воды можно пренебречь, то это условие можно записать в виде  $vS = const$ . Значит, в области уширения вода (а вместе с ней и частицы краски) движутся медленнее, чем на аналогичном участке трубы постоянного сечения. Поэтому до конца трубы частицы краски раньше доплывут в трубе постоянного сечения.

Указано, что расход воды в каждом сечении постоянен	<b>3</b>
Условие постоянства расхода используется в виде $vS = const$	<b>2</b>
Указано, что в области уширения вода и частицы краски движутся медленнее, чем на аналогичном участке трубы постоянного сечения	<b>2</b>
Дан верный ответ	<b>3</b>
<b>ВСЕГО</b>	<b>10</b>

**Решение задачи:** Поскольку струя попадает в мишень, то скорость ее выхода из насадки в первом случае определяется из соотношения  $L = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}} \Rightarrow v_0^2 = \frac{gL^2}{2H}$ . Так как расход воды при прохождении конической насадки в каждом сечении постоянен, то скорость воды на

входе в насадку  $V = \left(\frac{d_1}{d_0}\right)^2 v_0$ . Перепад давлений можно определить из уравнения Бернулли (давление на выходе из насадки считаем равным атмосферному):

$$\frac{\rho V^2}{2} + p = \frac{\rho v_0^2}{2} + p_0 \Rightarrow \Delta p = \frac{\rho v_0^2}{2} \left[ 1 - \left(\frac{d_1}{d_0}\right)^4 \right] = \frac{15gL^2}{64H}. \text{ Во втором случае для нахождения}$$

скорости выхода воды из насадки запишем уравнение траектории «маленькой» порции воды

$$\left\{ \begin{array}{l} x(t) = v'_0 \cos(\alpha)t \\ y(t) = v'_0 \sin(\alpha)t - \frac{gt^2}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow y(x) = \operatorname{tg}(\alpha) \cdot x - \frac{gx^2}{2v_0'^2 \cos^2(\alpha)} = \operatorname{tg}(\alpha)x - \frac{gx^2}{2v_0'^2} [1 + \operatorname{tg}^2(\alpha)].$$

Для точки падения  $-H = L \cdot \operatorname{tg}(\alpha) - \frac{gL^2}{2v_0'^2} [1 + \operatorname{tg}^2(\alpha)]$ . По условию,  $\alpha = 45^\circ$ , и поэтому

$$v_0'^2 = \frac{gL^2}{2(L+H)}. \text{ Скорость входа воды в насадку теперь } V' = \left(\frac{d_2}{d_0}\right)^2 v_0', \text{ а уравнение Бернулли}$$

принимает вид  $\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = const$ . При прохождении насадки центр масс слоя поднимается

на высоту  $h_2 - h_1 \approx l \sin(\alpha)$ . Значит,  $\frac{\rho V'^2}{2} + p' = \frac{\rho v_0'^2}{2} + \rho gl \sin(\alpha) + p_0$ , и

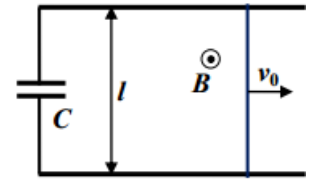
$$\Delta p' = \frac{\rho v_0'^2}{2} \left( 1 - \frac{d_2^4}{d_0^4} \right) + \rho gl \sin(\alpha) = \frac{20}{81} \frac{gL^2}{L+H} + \rho gl \sin(\alpha) = \frac{256}{243} \frac{H}{L+H} \Delta p + \rho gl \sin(\alpha) \approx 6,4 \text{ кПа.}$$

Правильно определено $v_0$ (для первого случая)	<b>1</b>
Записано выражение для скорости на входе в насадку $V = \left(\frac{d_1}{d_0}\right)^2 v_0$	<b>2</b>
Записано уравнение Бернулли (закон сохранения энергии) для первого случая	<b>1</b>
Получена формула, эквивалентная $\Delta p = \frac{15gL^2}{64H}$	<b>2</b>
Правильно определено $v'_0$ (для второго случая)	<b>2</b>
Записано выражение для скорости на входе в насадку $V' = \left(\frac{d_2}{d_0}\right)^2 v'_0$	<b>1</b>
Записано уравнение Бернулли (закон сохранения энергии) для второго случая	<b>2</b>
Получена правильная формула для $\Delta p'$	<b>2</b>
Получен правильный численный ответ	<b>2</b>
<b>ВСЕГО</b>	<b>15</b>

**Задание 4:**

**Вопрос:** Проводящий стержень длиной  $l = 1$  м движется в плоскости, перпендикулярной вектору индукции  $B = 0,2$  Тл постоянного однородного магнитного поля со скоростью  $v = 3$  м/с. Вектор скорости перпендикулярен стержню. Найдите разность потенциалов на концах стержня.

**Задача:** Изучите возможность преобразования энергии, теряемой массивным телом при торможении, в энергию заряда конденсатора емкостью  $C = 5$  Ф. Дрезина массой  $m = 10$  т движется со скоростью  $v_0 = 20$  м/с, и опускает на горизонтальные сверхпроводящие шины проводящую перемычку длины  $l = 1,2$  м, замыкая цепь заряда конденсатора. Шины и перемычка находятся в вертикальном магнитном поле с индукцией  $B = 10$  Тл. Трение перемычки о шины пренебрежимо мало. Найдите максимальный заряд конденсатора и КПД его зарядки до этого заряда (затратами считать потерю кинетической энергии дрестины).



**Ответ на вопрос:** Свободные носители заряда в проводящем стержне будут перемещаться до тех пор, пока сила со стороны возникшего из-за их разделения электрического поля не уравновесит силу Лоренца:  $eE = evB \Rightarrow E = vB$ . Разность потенциалов между концами стержня  $U = E \cdot l = vBl = 0,6$  В.

Правильно указано условие прекращения движения носителей заряда в стержне (или высказана идея расчета разности потенциалов как ЭДС индукции в воображаемом контуре)	<b>3</b>
Получено уравнение $E = vB$ (или записан закон Фарадея)	<b>3</b>
Указано (используется в решении), что $U = E \cdot l$ (или получена формула для ЭДС индукции)	<b>2</b>
Получен правильный численный ответ	<b>2</b>
<b>ВСЕГО</b>	<b>10</b>

**Решение задачи:** При движении перемычки в магнитном поле в ней наводится ЭДС индукции.

В соответствии с законом Фарадея, величина этой ЭДС  $E_i = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = Bl \frac{\Delta x}{\Delta t} = Blv$ . Ток зарядки конденсатора в момент, когда его заряд  $q = CU_C$  определяется из соотношения

$I = \frac{E_i - U_C}{R} = \frac{Blv - \frac{q}{C}}{R}$ . Ускорение дрестины создается силой Ампера, действующей на перемычку:  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{IBl}{m}$ . Заметим, что для любого малого интервала времени  $\frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{Bl \Delta q}{m \Delta t}$ , то есть заряд растет, а скорость падает – пока ЭДС индукции не сравняется с напряжением на конденсаторе:  $Blv_{\min} = \frac{q_{\max}}{C}$  (после этого заряд конденсатора перестанет расти, а скорость – уменьшатся).

Кроме того,  $\Delta v = -\frac{Bl}{m} \Delta q$ , и, суммируя все малые изменения, находим:  $v_0 - v_{\min} = \frac{Bl}{m} q_{\max}$ . Из двух полученных уравнений для минимальной скорости и максимального заряда находим:  $v_0 - v_{\min} = \frac{B^2 l^2 C}{m + B^2 l^2 C} v_0$ ,  $q_{\max} = \frac{mBlv_0 C}{m + B^2 l^2 C} \approx 1119$  Кл. Максимальная энергия заряда конденсатора  $E_{\max} = \frac{q_{\max}^2}{2C} = \frac{m^2 B^2 l^2 C v_0^2}{2(m + B^2 l^2 C)^2}$ , а потеря кинетической энергии дрестины  $\Delta E_K = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv_{\min}^2}{2} = \frac{m(2m + B^2 l^2 C) B^2 l^2 C v_0^2}{2(m + B^2 l^2 C)^2}$ , поэтому КПД зарядки

$\eta = \frac{E_{\max}}{\Delta E_K} = \frac{m}{2m + B^2 l^2 C} \approx 48\%$ . В целом можно заметить, что вообще максимальное возможное значение КПД близко к 50% при  $B^2 l^2 C \ll m$ . Можно также заметить, что  $v_0 - v_{\min} \approx 0,067 \cdot v_0$ ,

то есть зарядка одного конденсатора в таком режиме тормозит дрезину лишь на небольшую часть скорости (а при существенном торможении заметно уменьшается КПД зарядки), поэтому в реальности имеет смысл использовать большое количество последовательно заряжаемых конденсаторов.

Правильно определена ЭДС индукции в перемычке	1
Правильно записана связь тока в перемычке со скоростью и зарядом конденсатора	2
Правильно записано уравнение движения дрезины	2
Записано условие баланса напряжений для установившегося режима, эквивалентное $Blv_{\min} = \frac{q_{\max}}{C}$	2
Получено соотношение, эквивалентное $v_0 - v_{\min} = \frac{Bl}{m} q_{\max}$	3
Правильно найден максимальный заряд конденсатора (формула или число)	2
Правильно найдены максимальное значение энергии конденсатора и изменение кинетической энергии дрезины	1+1=2
Получен правильный численный ответ для КПД зарядки (в интервале от 47% до 50%)	1
<b>ВСЕГО</b>	<b>15</b>

### 7-9 классы

#### БИЛЕТ № 04

##### Задание 1:

**Вопрос:** Высокая вертикальная молния ударила в землю на расстоянии 880 м от наблюдателя, который слышал звук грома от нее в течении 3 с. Какова была высота молнии? Скорость звука в воздухе считайте равной 330 м/с.

**Задача:** Робот, снабженный ультразвуковым локатором (источником и приемником ультразвуковых импульсов), движется с постоянной скоростью к стене зала. Источник локатора излучает импульсы длительностью  $\tau_0 = (20,000 \pm 0,002)$  мс. Приемник локатора фиксирует отраженные от стены импульсы длительностью  $\tau \approx (19,940 \pm 0,003)$  мс. С какой скоростью движется робот? Оцените величину погрешности определения скорости таким методом, связанную с неточностью измерения длительности импульсов. Считать, что скорость ультразвука в воздухе при условиях, соответствующих измерению,  $u \approx 1470,0 \pm 0,1$  м/с.

**Ответ на вопрос:** С учетом малости времени разряда, можно прийти к заключению, что длительность грома примерно равна разности расстояний до самого далекого и самого близкого участка «ствола» молнии, разделенную на скорость звука  $\tau \approx \frac{r_{\max} - r_{\min}}{V_s}$ . Ближайшей является

нижняя точка вертикального ствола:  $r_{\min} = l = 880$  м, а самой удаленной – верхняя:

$$r_{\max} = \sqrt{l^2 + h^2}. \text{ Следовательно, } h \approx V_s \tau \sqrt{1 + \frac{2l}{V_s \tau}} = 1650 \text{ м.}$$

Указано, что длительность грома примерно равна разности расстояний до самого далекого и самого близкого участка «ствола» молнии	3
Указано (используется в решении) $r_{\min}$	2
Указано (используется в решении) $r_{\max}$	2
Получен правильный ответ для $h$ (достаточно числа)	3
<b>ВСЕГО</b>	<b>10</b>

**Решение задачи:** Каждому участку импульса нужно пройти со скоростью  $u$  расстояние  $l$  до стенки, и расстояние до встречи с роботом, то есть  $ut = l + l - Vt$ . Значит, ультразвук, излучаемый локатором робота, движущегося со скоростью  $V$  к стенке, в момент, когда он

находился на расстоянии  $l$  от нее, вернется к приемнику спустя время  $t = \frac{2l}{u+V}$ . Поэтому длительность принимаемого импульса определяется длительностью излучаемого и разностью времен движения начала и конца импульса:  $\tau = \tau_0 + t_k - t_n = \tau_0 + \frac{2(l-V\tau_0)}{u+V} - \frac{2l}{u+V} = \frac{u-V}{u+V}\tau_0$ .

Следовательно,  $V = \frac{\tau_0 - \tau}{\tau + \tau_0}u \approx 2,21 \text{ м/с}$ . При оценке погрешности (например, характерным для школы интервальным методом) самое важное – чтобы школьник понимал, что погрешность определения скорости связана в первую очередь с погрешностью вычисления разности длительностей импульсов:  $\tau_0 - \tau \approx (0,060 \pm 0,005) \text{ мс}$ . Относительная ошибка результата близка к  $\frac{0,005}{0,060} = 8\%$ ! Таким образом,  $\delta V \approx \frac{1}{12}V \approx 0,18 \text{ м/с}$ . Ответ:  $V = \frac{\tau_0 - \tau}{\tau + \tau_0}u \approx (2,21 \pm 0,18) \text{ м/с}$ .

Правильно получена формула для времени «путешествия» ультразвука $t$	<b>3</b>
Длительность принимаемого импульса считается как $\tau = \tau_0 + t_k - t_n$	<b>2</b>
Получена правильная связь $V$ , $u$ , $\tau_0$ и $\tau$ (в любой форме)	<b>3</b>
Получен правильный аналитический ответ для $V$	<b>2</b>
Получен правильный численный ответ для $V$	<b>2</b>
Корректно оценена погрешность, причем $0,1 \leq \delta V \leq 0,25$	<b>1+2=3</b>
<b>ВСЕГО</b>	<b>15</b>

## Задание 2:

**Вопрос:** На бортах судов с большим водоизмещением можно увидеть линии, отмечающие допустимые глубины погружения (ватер-линии, соответствующие максимальной допустимой загрузке). Если судно ходит в море и по рекам, таких линии три. Занумеруем их сверху вниз: 1, 2 и 3. Эти линии предназначены для летнего моря, зимнего моря, и для рек. Какая из них – для чего именно? Ответ обосновать. Массу максимальной загрузки считать одинаковой во всех случаях.

**Задача:** В сосуд с водой опустили цилиндр из дерева с плотностью  $\rho_1 = 0,7 \text{ г/см}^3$ , к которому тонким слоем клея был приклеен груз из алюминия с плотностью  $\rho_2 = 2,7 \text{ г/см}^3$ . Когда цилиндр с грузом были целиком помещены в воду, то уровень воды в сосуде поднялся на  $h_1 = 2 \text{ см}$  по сравнению с первоначальным, причем они оставались неподвижны под водой, не касаясь дна и стенок сосуда. Спустя некоторое время клей размок, и груз отделился от цилиндра. Как и на сколько изменится уровень воды в сосуде на этот раз (по сравнению с предыдущим, к моменту установления равновесия). Плотность воды  $\rho = 1,0 \text{ г/см}^3$ .

**Ответ на вопрос:** В состоянии равновесия сила тяжести, действующая на корабль и груз, уравновешивается архимедовой силой  $mg = F_A = \rho V_n g$ , и поэтому объем погруженной части корабля обратно пропорционален плотности воды  $V_n = \frac{m}{\rho}$ . Плотность соленой воды выше, чем у пресной, а плотность холодной соленой воды больше, чем плотность теплой (максимум плотности жидкой воды достигается при температуре около  $4^\circ\text{C}$ ). Поэтому максимальная осадка при данном грузе (отметка 1) отвечает рекам, средняя (отметка 2) – летнему морю, минимальная (отметка 3) – зимнему морю.

Использованы закон Архимеда и условие равновесия	<b>1+1=2</b>
Указано, что объем погруженной части корабля обратно пропорционален плотности воды (или есть эквивалентное утверждение)	<b>2</b>
Указано, что плотность соленой воды выше, чем у пресной, а плотность холодной соленой воды больше, чем плотность теплой	<b>1+2=3</b>
Правильно названа принадлежность всех трех отметок	<b>1+1+1=3</b>
<b>ВСЕГО</b>	<b>10</b>



**Решение задачи:** Когда цилиндр и груз были вместе погружены под воду, общий объем вытесненной воды был равен сумме их объемов:  $Sh_1 = \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}$ . ( $S$  – площадь сечения сосуда).

Так как они находились под водой в равновесии, не касаясь стенок и дна, то сила Архимеда уравновешивала силу тяжести:  $(m_1 + m_2)g = \rho \left( \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} \right) g$ , и поэтому  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{\rho - \rho_1}{\rho_1} \frac{\rho_2}{\rho_2 - \rho}$ .

Подставляя это соотношение в первое уравнение, находим, что  $Sh_1 = \frac{m_1}{\rho_1} \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 - \rho}$ . После

разделения груза и цилиндра груз опускается на дно, и он вытесняет прежний объем воды, а цилиндр плавает на поверхности, и теперь вытесняемый им из-под поверхности воды объем равен  $\frac{m_1}{\rho}$ . Значит, уровень воды по сравнению с предыдущим состоянием опустится, причем

$$S\Delta h = \frac{m_1}{\rho} - \frac{m_1}{\rho_1} = -\frac{m_1}{\rho_1} \frac{\rho - \rho_1}{\rho}. \quad \text{Значит,} \quad \frac{\Delta h}{h_1} = -\frac{\rho_2 - \rho}{\rho_2 - \rho_1} \frac{\rho - \rho_1}{\rho}. \quad \text{Таким образом,}$$

$$\Delta h = -\frac{(\rho_2 - \rho)(\rho - \rho_1)}{\rho(\rho_2 - \rho_1)} h_1 = -0,51 \text{ см.} \quad \text{Ответ:} \quad \text{уровень} \quad \text{воды} \quad \text{опустится} \quad \text{на}$$

$$-\Delta h = \frac{(\rho_2 - \rho)(\rho - \rho_1)}{\rho(\rho_2 - \rho_1)} h_1 \approx 0,5 \text{ см.}$$

Правильно записан объем вытесненной воды в первом случае	2
Используется условие равновесия цилиндра грузом в первом случае	3
Получено правильное уравнение для $Sh_1$ через массу $m_1$ и плотности	3
Получено правильное уравнение для $S\Delta h$ через массу $m_1$ и плотности	3
Указано, что во втором случае уровень воды опускается по сравнению с первым	1
Получен правильный аналитический ответ для $\Delta h$	2
Получен правильный численный ответ для $\Delta h$	1
<b>ВСЕГО</b>	<b>15</b>

### Задание 3:

**Вопрос:** Камень бросили со скоростью 4 м/с под углом  $60^\circ$  к горизонту. Через какое время угол наклона вектора скорости к горизонту уменьшится в два раза? Ускорение свободного падения считать равным  $10 \text{ м/с}^2$ , сопротивлением воздуха пренебречь.

**Задача:** Робот-пожарный направляет струю таким образом, чтобы попасть в мишень, находящуюся на расстоянии  $L = 7,5 \text{ м}$  по горизонтали от выходного отверстия насадки брандспойта. Это отверстие по вертикали расположено выше мишени на  $h = 2 \text{ м}$ . Струя попадает в мишень, если она направляется горизонтально. Найдите величину еще одного угла наклона струи к горизонту, при котором струя тоже попадет в мишень. Сколько литров воды в секунду выбрасывает брандспойт этого робота, если площадь сечения выходного отверстия  $S = 20 \text{ см}^2$ ? При ответе на второй вопрос используйте величину ускорения свободного падения  $g \approx 10 \text{ м/с}^2$ .

**Ответ на вопрос:** Закон изменения скорости в векторной форме при движении с постоянным ускорением  $\vec{g}$  имеет вид  $\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}t$ . Из полученного векторного треугольника (см.

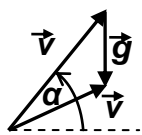


рисунок) находим, что  $v \cos(30^\circ) = v_0 \cos(60^\circ) \Rightarrow v = v_0 / \sqrt{3}$ . С другой стороны,

$$gt = v_0 \sin(60^\circ) - v \sin(30^\circ), \text{ откуда } t = \frac{v_0}{g\sqrt{3}} \approx 0,23 \text{ с.}$$

Используется закон изменения скорости в векторной или компонентной форме	2
Изображен треугольник скоростей или записаны все необходимые алгебраические соотношения	3

Конечная скорость выражена через начальную	2
Получен правильный ответ для $t$ (достаточно числа)	3
<b>ВСЕГО</b>	<b>10</b>

**Решение задачи:** Введем систему координат, в которой ось  $x$  направлена горизонтально, ось  $y$  – вертикально, а начало координат совмещено с концом трубки. Закон движения порции воды в этой системе координат позволяет найти уравнение ее траектории:

$$\left\{ \begin{array}{l} x(t) = v_0 \cos(\alpha)t \\ y(t) = v_0 \sin(\alpha)t - \frac{gt^2}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow y(x) = \operatorname{tg}(\alpha) \cdot x - \frac{g x^2}{2v_0^2 \cos^2(\alpha)} = \operatorname{tg}(\alpha)x - \frac{g x^2}{2v_0^2} [1 + \operatorname{tg}^2(\alpha)].$$

Для точки падения  $-h = l \cdot \operatorname{tg}(\alpha) - \frac{g l^2}{2v_0^2} [1 + \operatorname{tg}^2(\alpha)]$ . По условию, один из корней этого уравнения

$\alpha = 0$ , и поэтому  $v_0^2 = \frac{g l^2}{2h}$ . Для второго корня получается уравнение  $l - \frac{g l^2}{2v_0^2} \operatorname{tg}(\alpha) = 0$ , из

которого  $\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{l}{h} = 3,75$ . Таким образом,  $\alpha = \arctg(3,75) \approx 75^\circ$ . Расход воды брандспойта

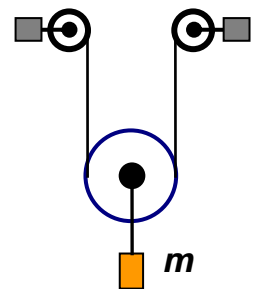
$$q = v_0 S = l S \sqrt{\frac{g}{2h}} \approx 24 \text{ л/с.}$$

Правильно записан закон движения порции воды	2
Правильно записано уравнение траектории для точки падения	2
Получено правильное уравнение для $v_0$	3
Записано правильное уравнение для ненулевого значения $\alpha$	2
Получен правильный аналитический ответ для $\alpha$ или $\operatorname{tg}(\alpha)$	2
Получен правильный численный ответ для $\alpha$ (можно в форме арктангенса)	1
Получен правильный аналитический ответ для $q$	2
Получен правильный численный ответ для $q$	1
<b>ВСЕГО</b>	<b>15</b>

#### Задание 4:

**Вопрос:** Сила, с которой ротор электродвигателя натягивает трос, наматывающийся на вал ротора, прямо пропорциональна силе тока, текущего в обмотке ротора. Пусть электродвигатель поднимает равномерно груз 1, и при этом сила тока в обмотке ротора 1 А. При равномерном подъеме груза 2 тем же двигателем, подключенным к тому же аккумулятору постоянного тока, сила тока в обмотке равна 2 А. Какой из грузов поднимается с большей скоростью? Ответ объяснить.

**Задача:** Два разных электродвигателя подключают к аккумулятору с ЭДС  $\mathcal{E} = 24\text{В}$  и пренебрежимо малым внутренним сопротивлением. Когда груз массой  $m = 5\text{кг}$  поднимают вертикально на легком тросе двигателем 1, установившаяся скорость подъема равна  $v_1 = 1,5\text{м/с}$  при силе тока в обмотке ротора  $I_1 = 3\text{А}$ . При использовании двигателя 2  $v_2 = 2,5\text{м/с}$  при  $I_2 = 3,25\text{А}$ . Какой будет установившаяся скорость подъема, если поднимать этот груз сразу обоими двигателями, которые параллельно подключены к тому же аккумулятору с использованием схемы подъема, показанной на рисунке (общий легкий нерастяжимый трос перекинут через легкий равноплечий подвижный блок без трения в оси)?



**Ответ на вопрос:** Работа сторонних сил источника с ЭДС  $\mathcal{E}$  идет на механическую работу двигателя, перемещающего груз силой  $F$  со скоростью  $v$ , и на компенсацию тепловых потерь на сопротивлении контура обмотки ротора  $R$ , то есть  $\mathcal{E} \cdot I = RI^2 + F \cdot v$ . Если  $F = kI$ , то

$v = \frac{\mathcal{E} - RI}{k}$ , то есть установившаяся скорость больше при меньшем токе. Значит, большая скорость у первого груза.

Верно указаны слагаемые, входящие в уравнение энергетического баланса	2
Правильно записано уравнение энергетического баланса двигателя	3
Получено верное уравнение, связывающее скорость и силу тока	2
Дан верный ответ на вопрос	3
<b>ВСЕГО</b>	<b>10</b>

**Решение задачи:** При равномерном подъеме груза сила натяжения троса должна равняться по величине силе тяжести, действующей на груз, то есть  $F = mg$ . Запишем уравнение энергетического баланса для подъема груза первым электродвигателем:  $\mathcal{E} \cdot I_1 = R_1 I_1^2 + mg \cdot v_1$ .

При этом  $I_1 = \frac{mg}{k_1}$ . Аналогично для подъема вторым электродвигателем  $\mathcal{E} \cdot I_2 = R_2 I_2^2 + mg \cdot v_2$ , и

$I_2 = \frac{mg}{k_2}$ . При подъеме груза обоими электродвигателями с помощью подвижного блока сила

натяжения троса  $T = \frac{mg}{2} = k_1 I_1' = k_2 I_2'$ , поэтому токи в обмотках роторов двигателей  $I_1' = \frac{1}{2} I_1$  и

$I_2' = \frac{1}{2} I_2$ . Значит, уравнение энергетического баланса при третьем подъеме

$\mathcal{E} \cdot \frac{I_1 + I_2}{2} = \frac{1}{4} R_1 I_1^2 + \frac{1}{4} R_2 I_2^2 + mg \cdot v$ . Выразим сопротивления обмоток из первых двух

уравнений:  $R_1 = \frac{\mathcal{E} - k_1 v_1}{I_1} = \frac{\mathcal{E}}{I_1} - mg \frac{v_1}{I_1^2}$  (и  $R_2 = \frac{\mathcal{E} - k_2 v_2}{I_2} = \frac{\mathcal{E}}{I_2} - mg \frac{v_2}{I_2^2}$ ), и подставим их в третье.

В результате получим, что  $\mathcal{E} \cdot \frac{I_1 + I_2}{2} = \mathcal{E} \cdot \frac{I_1}{4} - mg \frac{v_1}{4} + \mathcal{E} \cdot \frac{I_2}{4} - mg \frac{v_2}{4} + mg \cdot v$ . Значит,

$$v = \frac{v_1 + v_2}{4} + \mathcal{E} \cdot \frac{I_1 + I_2}{4mg} = 1,75 \text{ м/с.}$$

Правильно записано уравнение энергетического баланса для первого подъема	2
Правильно записано уравнение энергетического баланса для второго подъема	2
Указано, что в третьем случае двигатели создают одинаковое натяжение троса, равное $mg/2$	1
Указано, что $I_1' = I_1/2$ и $I_2' = I_2/2$	2
Правильно записано уравнение энергетического баланса для третьего подъема	2
Из этого уравнения исключены сопротивления обмоток и получено уравнение для $v$	3
Получен правильный аналитический ответ для $v$	2
Получен правильный численный ответ для $v$	1
<b>ВСЕГО</b>	<b>15</b>

Теперь разберем, как подводятся итоги заключительного этапа олимпиады «Робофест». В 2020/21 учебном году использовались следующие критерии определения победителей и призеров:

### КРИТЕРИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОБЕДИТЕЛЕЙ И ПРИЗЕРОВ

олимпиады школьников «Робофест» по ФИЗИКЕ в 2020/21 учебном году

#### ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП:

для 10-11 классов

**ПОБЕДИТЕЛЬ** — от 75 баллов включительно и выше (7,25 % от общего количества участников – 24 из 331);

**ПРИЗЕР — от 35 баллов включительно до 74 баллов включительно (35,95 % от общего количества участников – 119 из 331).**

В сумме победители и призеры составляли 43,2 % от общего количества участников (143 из 331).

**для 7-9 классов**

**ПОБЕДИТЕЛЬ — от 75 баллов включительно и выше (0 % от общего количества участников – 0 из 390);**

**ПРИЗЕР — от 35 баллов включительно до 74 баллов включительно (28,5 % от общего количества участников – 111 из 390).**

В сумме победители и призеры составляли 28,5 % от общего количества участников (111 из 390).

### **ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП:**

**для 10-11 классов**

**ПОБЕДИТЕЛЬ (диплом I степени) — от 77 баллов включительно и выше (6,3 % от общего количества участников – 9 из 143);**

**ПРИЗЕР (диплом II степени) — от 67 баллов включительно до 76 баллов включительно (5,6 % от общего количества участников – 8 из 143);**

**ПРИЗЕР (диплом III степени) — от 60 баллов включительно до 66 баллов включительно (6,3 % от общего количества участников – 9 из 143).**

В сумме победители и призеры среди учащихся 10-11 классов составляли 18,2 % от общего количества участников (26 из 143).

**для 7-9 классов**

**ПОБЕДИТЕЛЬ (диплом I степени) — от 70 баллов включительно и выше (3,9 % от общего количества участников – 4 из 103);**

**ПРИЗЕР (диплом II степени) — от 67 баллов включительно до 69 баллов включительно (2,9 % от общего количества участников – 3 из 103);**

**ПРИЗЕР (диплом III степени) — от 55 баллов включительно до 66 баллов включительно (3,9 % от общего количества участников – 4 из 103).**

В сумме победители и призеры среди учащихся 7-9 классов составляли 10,7 % от общего количества участников (11 из 103).

Отметим, что подведением итогов олимпиады ее работа с победителями и призерами не заканчивается: Для учеников 11 класса организуются бесплатные курсы по подготовке к ЕГЭ по физике. Все годы проведения олимпиады мы в итоге замечаем, что подавляющее большинство победителей и призеров олимпиады из 11 класса сдали ЕГЭ успешно, и многие из них, используя льготы по дипломам олимпиады, поступили в выбранные ВУЗы, в том числе и на физический факультет МГУ.

Организаторам очень важно, чтобы эта традиция продолжалась, и мы вступаем в новый сезон, надеясь на Ваши успехи.

Уже сейчас известно, какие темы из курса физики будут наиболее важны для достижения этого успеха в 2021/22 учебном году.

### **РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ТЕОРЕТИЧЕСКИМ ТУРАМ ОЛИМПИАДЫ «РОБОФЕСТ» В 2021/22 УЧЕБНОМ ГОДУ**

Задания отборочного этапа разбиты на 4 возрастные группы: 7 класс, 8 класс, 9 класс и 10-11 классы. Темы заданий ОТБОРОЧНОГО этапа и подготовка к ним:

класс	№	темы	рекомендации
7 класс	1	Кинематика равномерного движения. Средняя скорость.	вводное занятие 1 («движение»), основное занятие 1 («механика»)
	2	Взаимодействия, силы и равновесие.	вводное занятие 2 («ускорение и силы»), вводное занятие 5 («гидростатика»), основное занятие 1 («механика»)
	3	Уравнение теплового баланса.	вводное занятие 6 («теплообмен»), основное занятие 4 (теплота и световая энергия)
	4	Энергия светового излучения.	вводное занятие 8 (геометрическая оптика), основное занятие 4 (теплота и световая энергия)
8 класс	1	Взаимодействия, силы и равновесие.	вводное занятие 2 («ускорение и силы»), вводное занятие 5 («гидростатика»), основное занятие 1 («механика»)
	2	Постоянный ток.	вводное занятие 7 («цепи постоянного тока»), основное занятие 5 («постоянный ток»)
	3	Уравнение теплового баланса.	вводное занятие 6 («теплообмен»), основное занятие 4 (теплота и световая энергия)
	4	Энергия светового излучения.	вводное занятие 8 (геометрическая оптика), основное занятие 4 (теплота и световая энергия)
9 класс	1	Взаимодействия, силы и равновесие.	вводное занятие 2 («ускорение и силы»), вводное занятие 5 («гидростатика»), основное занятие 1 («механика»)
	2	Постоянный ток.	вводное занятие 7 («цепи постоянного тока»), основное занятие 5 («постоянный ток»)
	3	Уравнение теплового баланса.	вводное занятие 6 («теплообмен»), основное занятие 4 (теплота и световая энергия)
	4	Энергия светового излучения.	вводное занятие 8 (геометрическая оптика), основное занятие 4 (теплота и световая энергия)
10 и 11 классы	1	Взаимодействия, силы и равновесие.	вводное занятие 3 («взаимодействия»), основное занятие 2 («силы, равновесие и движение»)
	2	Термодинамика.	вводное занятие 5 («молекулярная физика»), основное занятие 6 («тепловые машины»)
	3	Переменный ток.	основы - самостоятельно
	4	Энергия светового излучения.	вводное занятие 8 («оптика»), основное занятие 6 («геометрическая оптика»)

На финальном этапе будут использованы задания для 3 возрастных групп: «младшая» (7 и 8 классы), «средняя» (9 классы) и «старшая» (10 и 11 классы) При этом задания будут посвящены темам, которые использовались на отборочном этапе для данных классов (в случае «младшей» группы может быть использована любая из пяти тем).

При подготовке к финалу очень важно посмотреть лекции этого года из курса подготовки к финалу. У 7-9 классов это лекция по теме «нелинейные цепи постоянного тока» и итоговая лекция с рекомендациями по работе на финальном этапе. У 10 и 11 классов это лекция по теме «переменный ток» и также итоговая лекция с рекомендациями по работе на финальном этапе.

Желаем успеха всем участникам робототехнических соревнований и олимпиады «Робофест»!