

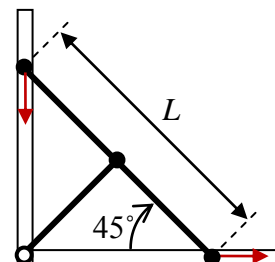
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «Робофест» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2017 года, ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР
БИЛЕТ № 06 (7-9 классы): возможные решения

Задание 1:

Вопрос: Жесткий стержень движется в плоскости. В некоторый момент времени скорость одного из его концов равна 0,4 м/с и направлена вдоль стержня. В тот же момент времени скорость другого конца стержня равна 0,8 м/с. Под каким углом к стержню направлена эта скорость? Ответ объяснить.

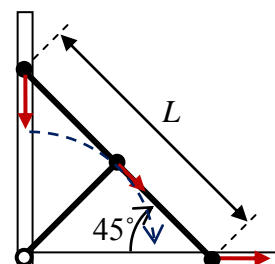
Ответ: Так как длина «жесткого» стержня не должна изменяться, то проекции скоростей его точек на стержень должны быть одинаковы и поэтому равны 0,4 м/с. Такой должна быть и проекция скорости «другого конца», то есть проекция (катет прямоугольного треугольника, образованного вектором скорости, его проекцией и перпендикуляром к стержню) должна равняться половине самой скорости (гипотенузы). Значит, прилежащий угол для этого катета – угол между скоростью и стержнем – равен 60° .

Задача: Вам необходимо изучить движение следующего механического устройства: три одинаковых массивных шарика прикреплены к концам и середине легкого жесткого стержня. Длина стержня $L = 1,2$ м. Крайние шарики могут без трения скользить по вертикальной и горизонтальной направляющим (см. рисунок). Средний шарик шарнирно соединен с легким жестким стержнем вдвое меньшей длины. Вторым концом этого стержня прикреплен (также с помощью шарнира) к перекрестью направляющих. Изначально стержень располагают вдоль вертикальной направляющей и отпускают без начальной скорости. Трения нигде нет, крайние шарики не отрываются от направляющих и не застревают в них. По какой траектории будет двигаться средний шарик? Куда будет направлена его скорость в тот момент, когда длинный стержень будет проходить положение, в котором он составляет 45° с горизонтом? Найдите величину этой скорости. Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с².



Решение: Расстояние между средним шариком и перекрестьем направляющих все время остается постоянным (равным половине L). Поэтому ясно, что средний шарик движется по окружности радиуса $\frac{L}{2}$.

Его скорость в любой момент времени направлена по касательной к этой окружности, и в момент, когда длинный стержень будет проходить положение, в котором он составляет 45° с горизонтом, эта скорость будет направлена вдоль стержня. Пусть ее величина в этот момент равна v . Так как длина стержня не должна изменяться, то проекции скоростей шариков на стержень должны быть одинаковы, поэтому скорости крайних шариков в этот момент одинаковы и равны $v\sqrt{2}$. Следовательно, кинетическая энергия системы в этот момент времени



$E_K = \frac{mv^2}{2} + 2 \frac{m(v\sqrt{2})^2}{2} = \frac{5mv^2}{2}$. Так как эта энергия появилась из-за убыли потенциальной энергии верхнего и среднего шариков в поле тяжести Земли

$-\Delta E_{II} = mg\left(L - \frac{L}{\sqrt{2}}\right) + mg\left(\frac{L}{2} - \frac{L}{2\sqrt{2}}\right) = \frac{3mgL}{\sqrt{2}}(\sqrt{2} - 1)$, то $\frac{5mv^2}{2} = \frac{3mgL}{\sqrt{2}}(\sqrt{2} - 1)$, и из этого

соотношения находим, что $v = \sqrt{\frac{3(2 - \sqrt{2})}{5}} gL \approx 2,05$ м/с.

Ответ: средний шарик движется по окружности радиуса $\frac{L}{2}$, в указанный момент времени его скорость

направлена вниз вдоль длинного стержня, а ее величина $v = \sqrt{\frac{3(2 - \sqrt{2})}{5}} gL \approx 2,05$ м/с.

Задание 2:

Вопрос: Двигатель с КПД 40% работает от аккумулятора, напряжение на клеммах которого неизменно и равно 10 В. За время полной разрядки аккумулятора двигатель совершил работу 280 Дж. Какова «емкость» аккумулятора (так называют величину заряда, который перемещает аккумулятор до полной разрядки)? Выразите ответ в миллиампер-часах (мА·ч).

Ответ: Потраченная аккумулятором энергия в два с половиной раза больше полезной работы, то есть 700 Дж. Но она равна произведению напряжения на перемещенный заряд. Поэтому «емкость» аккумулятора равна $\frac{700}{10} = 70$ (Кл). Так как 1 ч = 3600 с, то 1 мА·ч = 0,001 А · 3600 с = 3,6 Кл, то есть 70 Кл $\approx 19,4$ мА·ч.

Задача: Двигатель робота работает от аккумулятора, создающего неизменное напряжение $U = 42$ В. Емкость аккумулятора $q = 8000$ мА·ч. Во время работы, в ходе которой аккумулятор полностью разрядился за время $\tau = 1$ ч, у двигателя поддерживалась постоянная температура за счет водяного охлаждения. Вода циркулирует в системе охлаждения по трубкам постоянного сечения $S = 0,1$ см² со скоростью $v = 1,5$ м/с. Она поступает в систему охлаждения двигателя из радиатора с температурой 24°C , а возвращается в радиатор с температурой 26°C . Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·°C), плотность воды считать равной $\rho = 1000$ кг/м³. Считая, что все потери связаны с выделяющимся теплом, найти КПД двигателя.

Решение: Ток через обмотку двигателя $I = \frac{q}{\tau} = 8$ А. Поэтому мощность затрат аккумулятора

$P = UI = \frac{qU}{\tau} = 336$ Вт. Объем воды, протекающий за время Δt через трубу сечением S , равен

$\Delta V = Sv\Delta t$ (где v – скорость течения воды). Поэтому расход воды с плотностью ρ равен

$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho \frac{\Delta V}{\Delta t} = \rho Sv = 0,015$ кг/с. Умножение расхода воды на ее удельную теплоемкость c и разность температур ΔT на выходе и входе в систему охлаждения дает мощность тепловых потерь

$P_T = c\rho Sv\Delta T = 126$ Вт. Полезная мощность равна разности мощности затрат и мощности тепловых потерь. Значит, КПД двигателя $\eta = \frac{P - P_T}{P} = 1 - \frac{c\rho Sv\Delta T\tau}{qU} = 0,625$.

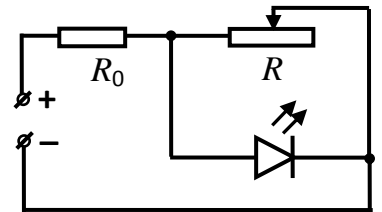
Ответ: $\eta = 1 - \frac{c\rho Sv\Delta T\tau}{qU} = 62,5\%$.

Задание 3:

Вопрос: Когда светодиод находится в «открытом» состоянии, напряжение на нем практически не зависит от протекающего тока. Пусть это напряжение равно 10 В. Какова величина силы тока, протекающего через светодиод, если мощность излучаемого света составляет 14 Вт? КПД светодиода равно 70%.

Ответ: Мощность, потребляемая светодиодом, равна $14\text{Вт} : 0,7 = 20$ Вт. Сила тока $20\text{Вт} : 10\text{В} = 2$ А.

Задача: Цепь питания светодиода собрана по схеме, показанной на рисунке. Яркость его свечения регулируется с помощью реостата. При сопротивлении реостата $R_1 = 20$ Ом мощность излучения светодиода равна $P_1 = 5,6$ Вт, при $R_2 = 30$ Ом – $P_2 = 6,8$ Вт. Какой будет мощность излучения светодиода при максимальном сопротивлении реостата, равном $R_3 = 60$ Ом? Можно считать, что КПД светодиода одинаков при любой мощности и напряжение на нем не зависит от протекающего тока.



Решение: Так как светодиод излучает, то он находится в открытом состоянии – напряжение, создаваемое источником, больше порогового напряжения светодиода. На светодиоде падает постоянное напряжение

U_0 . Тогда по закону Ома ток через реостат с сопротивлением R равен $I_R = \frac{U_0}{R}$. С другой стороны, ток

через резистор равен $I_0 = \frac{U - U_0}{R_0}$. Ток через светодиод $I = I_0 - I_R$, поэтому $I = \frac{U - U_0}{R_0} - U_0 \frac{1}{R}$. Тогда

мощность излучения светодиода $P = \eta U_0 \left(\frac{U - U_0}{R_0} - U_0 \frac{1}{R} \right)$ (в этой формуле η – КПД светодиода).

Нетрудно заметить, что эта формула описывает линейную зависимость мощности от $\frac{1}{R}$. Заметив, что

$\frac{1}{20} - \frac{1}{30} = \frac{1}{60} = \frac{1}{30} - \frac{1}{60}$, понимаем, что $P_3 - P_2 = P_2 - P_1$. Значит, $P_3 = 2P_2 - P_1 = 8$ Вт.

Ответ: $P_3 = 2P_2 - P_1 = 8$ Вт.

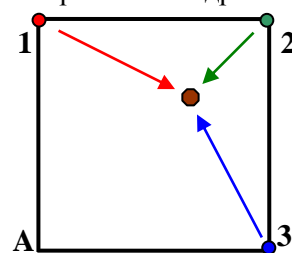
Задание 4:

Вопрос: Фотодатчик направлен на лампочку, и при расстоянии между ним и лампочкой в 25 см ток фотодатчика равен 144 мА. При каком расстоянии между фотодатчиком и лампочкой ток фотодатчика будет равен 9 мА? Лампочка светит одинаково во всех направлениях. Ток фотодатчика пропорционален мощности света, попадающего на фотодатчик. Влиянием среды (воздуха) на излучение лампы пренебречь.

Ответ: Площадь сферы пропорциональна квадрату радиуса. Энергия излучения лампочки равномерно распределяется по окружающей ее сфере, поэтому мощность света, попадающего на фотодатчик, обратно пропорциональна квадрату расстояния до нее до фотодатчика.

Следовательно, $r' = \sqrt{\frac{144}{9}} \cdot 0,25 \text{ м} = 1 \text{ м}$.

Задача: Робот находится на площадке в форме квадрата со стороной $a = 12 \text{ м}$. В трех вершинах квадрата расположены лампы разных цветов, а робот снабжен тремя фотодатчиками, настроенными на эти же цвета (см. рисунок). Датчики настроены так, что при нахождении робота на расстоянии $a = 12 \text{ м}$ от любой из ламп ток соответствующего датчика равен $I_0 = 6 \text{ мА}$. По току трех датчиков в текущем положении программа робота определяет его положение на поле и направляет робота по кратчайшему пути в угол поля А со скоростью $v = 1 \text{ м/с}$. За какое время робот достигнет А из положения, в котором токи датчиков равны



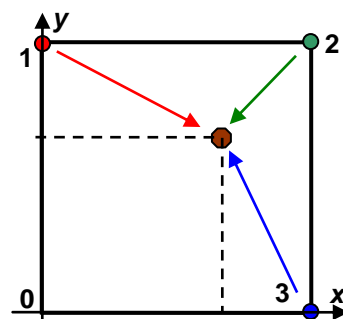
$I_1 = 7,5 \text{ мА}$, $I_2 = 30 \text{ мА}$ и $I_3 = 15 \text{ мА}$?

Решение: Квадрат расстояния от каждой из ламп до робота обратно пропорционален току соответствующего датчика, то есть $r_1^2 = a^2 \frac{I_0}{I_1}$, $r_2^2 = a^2 \frac{I_0}{I_2}$ и $r_3^2 = a^2 \frac{I_0}{I_3}$. С другой стороны, эти

квадраты расстояний можно с помощью теоремы Пифагора выразить через декартовы координаты робота относительно угла А. Если ось x направить от угла А к третьей лампочке, а ось y – к первой, совместив начало координат с углом А, то квадрат расстояния от первой лампы до робота $r_1^2 = x^2 + (a - y)^2 = x^2 + y^2 + a^2 - 2ay$. Аналогично

$r_2^2 = (a - x)^2 + (a - y)^2 = x^2 + y^2 + 2a^2 - 2a(x + y)$ и также

$r_3^2 = (a - x)^2 + y^2 = x^2 + y^2 + a^2 - 2ax$. Из этих уравнений выражаем:



$$\begin{cases} x = \frac{r_1^2 - r_2^2 + a^2}{2a} = \frac{a}{2} \left(1 + \frac{I_0}{I_1} - \frac{I_0}{I_2} \right) = 9,6 \text{ м} \\ y = \frac{r_3^2 - r_2^2 + a^2}{2a} = \frac{a}{2} \left(1 + \frac{I_0}{I_3} - \frac{I_0}{I_2} \right) = 7,2 \text{ м} \end{cases}$$

Значит, робот находится от угла А на расстоянии $s = \sqrt{x^2 + y^2} = 12 \text{ м}$. Время достижения этого угла площадки $t = \frac{s}{v} = 12 \text{ с}$.

Ответ: за время $t = 12 \text{ с}$.